

Titre: Méthodologie de design de turbomachines de petite taille appliquée
Title: au développement d'une pompe d'assistance cardiaque

Auteur: Marie-Isabelle Farinas
Author:

Date: 2002

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Farinas, M.-I. (2002). Méthodologie de design de turbomachines de petite taille
Citation: appliquée au développement d'une pompe d'assistance cardiaque [Ph.D. thesis,
École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.
<https://publications.polymtl.ca/7057/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/7057/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:**
Advisors:

Programme: Unspecified
Program:

INFORMATION TO USERS

This manuscript has been reproduced from the microfilm master. UMI films the text directly from the original or copy submitted. Thus, some thesis and dissertation copies are in typewriter face, while others may be from any type of computer printer.

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted. Broken or indistinct print, colored or poor quality illustrations and photographs, print bleedthrough, substandard margins, and improper alignment can adversely affect reproduction.

In the unlikely event that the author did not send UMI a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if unauthorized copyright material had to be removed, a note will indicate the deletion.

Oversize materials (e.g., maps, drawings, charts) are reproduced by sectioning the original, beginning at the upper left-hand corner and continuing from left to right in equal sections with small overlaps.

ProQuest Information and Learning
300 North Zeeb Road, Ann Arbor, MI 48106-1346 USA
800-521-0600

UMI[®]

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MÉTHODOLOGIE DE DESIGN DE TURBOMACHINES DE PETITE TAILLE
APPLIQUÉE AU DÉVELOPPEMENT D'UNE POMPE D'ASSISTANCE
CARDIAQUE

MARIE-ISABELLE FARINAS
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIE DOCTOR
(GÉNIE MÉCANIQUE)
MAI 2002



**National Library
of Canada**

**Acquisitions and
Bibliographic Services**

**395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada**

**Bibliothèque nationale
du Canada**

**Acquisitions et
services bibliographiques**

**395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada**

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-73431-5

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

MÉTHODOLOGIE DE DESIGN DE TURBOMACHINES DE PETITE TAILLE
APPLIQUÉE AU DÉVELOPPEMENT D'UNE POMPE D'ASSISTANCE
CARDIAQUE

présentée par: FARINAS Marie-Isabelle

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

- M. PELLETIER Dominique, Ph.D., président
- M. GARON André, Ph.D., membre et directeur de recherche
- M. SAVARD Pierre, Ph.D., membre
- M. PERRIARD Yves, Doct. ès Sc. Techn., membre

À mes parents.

“Le plus grand obstacle à la découverte, est l’illusion du savoir.”

Daniel Boorstin,
Les Découvreurs (1983).

REMERCIEMENTS

Je désire remercier en premier lieu André Garon, directeur de recherche, pour sa patience, sa disponibilité, son support et la confiance qu'il m'a témoignée en m'offrant la possibilité de réaliser cette thèse. Il fait partie de ces scientifiques d'exception capables de transmettre en toute simplicité leur passion du savoir. Je me considère privilégiée d'avoir pu évoluer sous sa direction ainsi que d'avoir fait partie de son équipe.

Je remercie les professeurs Ricardo Camarero, Dominique Pelletier, Marcelo Reggio, André Garon et Jean-Yves Trépanier qui forment le groupe de recherche en calcul numérique appliqué. L'expérience, la stimulation intellectuelle et les échanges cordiaux, que j'ai rencontré au sein de ce groupe, furent les catalyseurs de mon intérêt pour la recherche.

Je tiens à remercier également messieurs les membres du jury d'avoir accepté d'examiner cette thèse. Leurs commentaires pertinents ont contribué à l'amélioration du contenu de cette thèse.

Un grand merci plus personnalisé à Stéphane Thienot, Bernard Clément, Dominique Pelletier, Marcelo Reggio (pour ses références), Bruno Detuncq et Jean-Marie Béland pour leur aide précieuse et leurs judicieux conseils.

Plusieurs personnes m'ont soutenue lors de l'évolution de ce travail et je les remercie pour leur support et leur amitié: Maryse Page, Céline Fortin, Isabelle Lizotte, Michèle Boutet, Luc Gravel, Roberto Marrano, Samir Rida, François McKenty, Paul Labbé, Éric Turgeon, Sarah Jullien et Stéphane Hallé.

Finalement j'exprime ma reconnaissance infinie envers ma famille, pour leur support inconditionnel, leur patience, leurs encouragements et leur tendresse sans lesquels la réalisation de cette thèse n'aurait pas été possible. Grand merci à Henri, Thérèse, Jean-Marc et Luc; vous demeurez mon plus précieux fan club.

RÉSUMÉ

Cette thèse présente une nouvelle méthodologie de design de turbomachines de petite taille, appliquée au développement d'une pompe d'assistance ventriculaire¹ (SAV).

Une revue des systèmes de support circulatoire mécaniques permet d'identifier celui approprié pour notre application, soit une pompe à flux continu. Le choix d'une topologie de pompe est déterminé à l'aide de paramètres caractéristiques des pompes, N_s et D_s , évalués au point d'opération, soit 5 l/min contre 100 mmHg. Selon le diagramme de Cordier, pour un $N_s=1.62$, une topologie mixte est recommandée.

La méthodologie de design des turbomachines est demeurée sensiblement la même depuis des années. En effet, à partir de résultats répertoriés dans les livres de référence, résultats provenant d'essais en laboratoire, on construit la nouvelle turbomachine en suivant les règles de similitude et en ajustant les nouvelles caractéristiques selon les règles de l'art. Les modèles expérimentaux sont généralement de grande taille et la caractérisation du nouveau prototype à l'aide des lois de similitudes laisse à désirer lorsque la taille de la nouvelle machine est beaucoup plus petite. Des méthodes de mécanique des fluides numériques (CFD) sont de plus en plus utilisées pour générer une portion significative des données de design. Étant donné la petitesse de notre pompe d'application, les méthodologies actuelles sont difficilement applicables. Dans le développement de pompes cardiaques, le processus de design conventionnel utilisé repose sur des analyses paramétriques empiriques ainsi que des méthodes dites d'"essais et erreurs". Or, les effets visqueux importants que l'on retrouve dans le micro-écoulement ne sont

¹prototype V de Cardianove Inc.

pas pris en compte dans les modèles empiriques. La méthodologie de design proposée utilise les simulations numériques 3D, afin d'obtenir une bonne approximation des performances hydrauliques de la pompe, ainsi que la planification statistique d'expériences pour l'optimisation. La technique d'optimisation statistique du design d'expérience (DOE) mesure l'importance statistique d'un effet qu'un facteur particulier exerce sur les variables dépendantes d'intérêt en utilisant un nombre minimum d'observations. En utilisant cette technique, on peut évaluer les conséquences du changement des valeurs d'un facteur en particulier, indépendamment du réglage des autres facteurs. Dans la méthode des surfaces de réponses, un modèle mathématique est ajusté pour quantifier les variables de réponse en fonction des facteurs variables. Lorsque ce modèle mathématique est déterminé, un design de qualité peut être obtenu en recherchant le nominal maximum ou minimum d'une variable de réponse.

Pour utiliser les résultats² provenant des simulations numériques, il faut s'assurer que le calcul soit effectué au point d'opération nominal pour un rendement optimal, afin de pouvoir comparer statistiquement des géométries semblables. Des sous-itérations selon l'algorithme de Cordier sont alors nécessaires. De plus, on démontre l'importance de l'utilisation de simulations numériques 3D³ de l'écoulement par rapport à celles d'un logiciel d'analyse traditionnelle quasi-1D, car on constate la piètre performance de l'analyse statistique lorsque les résultats analysés ne sont pas au point d'opération nominal. Le rotor produit l'effet de pompage recherché, il est donc important d'en faire une analyse exhaustive afin d'en avoir une meilleure compréhension. Pour ce faire, les paramètres géométriques du rotor sont étudiés au travers de variations déterminées par un plan d'expériences. Les principaux

²réponses du DOE

³avec les logiciels de CFX-TASCflow

paramètres (facteurs du DOE) sont alors: les diamètres (au moyeu et au carter), les longueurs axiales, les dimensions des interstices axial et radial au rotor ainsi que les angles d'entrée et de sortie de chaque composante. En réalité, on utilise des ratios géométriques pour les paramètres du rotor. Ceci assure la similitude géométrique des diverses configurations comparées dans le plan d'expériences ainsi qu'un nombre minimum de paramètres. Les variables de réponses sont le rendement hydraulique, la vitesse de rotation et le nouveau diamètre caractéristique.

La mise en oeuvre de chaque expérience suit une procédure de résolution bien définie. Pour obtenir les caractéristiques au point optimal, on effectue des sous-itérations selon l'algorithme de Cordier. La particularité de cette nouvelle approche de design de turbomachines repose sur l'utilisation de cet algorithme intégré à la boucle de design. La procédure de modélisation consiste à construire une colline de rendement pour chaque configuration et à retenir la valeur du rendement et des autres variables de réponses pour les conditions de débit et de pression les plus près du point d'opération. Ces nouveaux paramètres ajustent la géométrie par un facteur de mise à l'échelle pour la prochaine itération jusqu'à l'obtention du point de rendement maximum au point de design. Plusieurs variantes de cet algorithme sont explorées. En effet, celui-ci possède un comportement numérique similaire à un algorithme de point fixe dont on tente d'améliorer la convergence. Deux algorithmes, celui dit "point fixe" et celui dit "intervalle", sont retenus pour leur comportement stable en autant que le critère d'arrêt soit choisi judicieusement.

Puis on applique cette méthode au développement du prototype V de Cardianove Inc. On constate que ce prototype présente une topologie mixte. Le design du rotor dépend de certains paramètres géométriques adimensionnels: $D1/D2$, $L1/D2$, $h1/D2$, $i2/D2$, $\alpha_{\text{entrée}}, \alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}$. La réalisation d'un plan via l'algorithme

de Cordier, permet de générer des surfaces de réponses pour trois variables de réponse: le rendement hydraulique η , la vitesse de rotation N et le diamètre D . On cherche ensuite la configuration de paramètres optimum afin d'obtenir une pompe maximisant à la fois le rendement et le diamètre et minimisant la vitesse de rotation. Les réponses sont fortement influencées par les facteurs suivants: $\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}$, h_1/D_2 , L_1/D_2 et $\alpha_{\text{entrée}}$. On peut donc conclure que les facteurs D_1/D_2 et i_2/D_2 ont peu d'influence sur le procédé. On peut optimiser à l'intérieur du logiciel STATISTICA, à l'aide des fonctions de désirabilité; ou tout simplement en utilisant le logiciel iSIGHT où on optimise sur le polynôme du modèle de régression déterminé par STATISTICA. La géométrie optimale est vérifiée à l'aide de simulations numériques, puis soumise de nouveau à l'algorithme de Cordier afin d'avoir une pompe opérant au rendement maximum au point d'opération nominal. On obtient ainsi une pompe de diamètre interne de 8.06 mm ayant un rendement de 37.5%, à une vitesse de rotation de 1200 rad/s. On termine par la validation de la méthodologie à l'aide de la performance du prototype V au laboratoire lors d'essais expérimentaux de performance et d'hémolyse. La performance hydraulique reflète bien celle prévue numériquement, tandis que l'index d'hémolyse obtenu suggère la nécessité de modifications au design afin de l'améliorer.

ABSTRACT

This thesis presents a new design methodology for small size turbomachinery, applied to the development of a ventricular assist blood pump⁴ (VAD).

A review of mechanical circulatory support systems allows to identify the suitable one for our application, which is a rotary pump with continuous flow. The choice of a mixed topology for the latter is given with the assistance of the characteristic parameters of pumps, N_s and D_s , evaluated at the point of operation, that is 5 l/min against 100 mmHg.

The design methodology of turbomachinery has remained appreciably the same for years. Indeed, starting from results indexed in reference books, results coming from tests laboratory; one builds the new turbomachinery while following the rules of similarity and adjusting the new characteristics according to one code of practice. The experimental models are generally big in size and the characterization of the new prototype using the laws of similarities leaves something to be desired when the size of the new machine is much smaller. These days, methods of computational fluids dynamic (CFD) are more often used to generate a significant portion of the design data. Given the smallness of our application pump, current methodologies are not easily applicable. In the development of cardiac pumps, the process of conventional design used rests on empirical parametric analyses as well as methods known as “trials and errors”. However, the significant viscous effects that one encounters in the micro-flow are not taken into account with the empirical models. The design methodology proposed uses 3D numerical simulations, in order to obtain a good approximation of the hydraulic pump performance, as well

⁴prototype V of Cardianove Inc.

as design of experiments for optimization. The statistical optimization technique of the design of experiment (DOE) measure the statistical importance of an effect which a particular factor exerts on the dependent variables of interest by using a minimum number of observations. In using this technique, one can evaluate the consequences of the change of the values of a factor in particular, independently of the adjustment of the other factors. With the response surface method, a mathematical model is adjusted in order to quantify the response variable according to the variable factors. When this mathematical model is determined, a design of quality can be obtained by seeking the nominal, maximum or minimum of a response variable.

To use the numerical simulation results⁵, it is necessary to make sure that the calculation is carried out at the nominal point of operation for an optimal efficiency, in order to be able to compare similar geometries statistically. Iterations according to the Cordier algorithm are then necessary. Moreover, we point out the importance of the use of 3D numerical simulations⁶ compared to those from a traditional software of quasi-1D analysis; since the performance of the statistical analysis is unreliable when the analyzed results are not at the nominal point of operation. The rotor produces the sought effect of pumping, it is thus significant and we make an exhaustive analysis of it in order to understand it better. With this intention, the geometrical parameters of the rotor are studied through variations, determined by a Design of Experiment. The principal parameters (factors of the DOE) are then: the diameters (of the hub and casing), the axial lengths, the dimensions of the axial and radial gaps to the rotor, as well as the angles of inlet and outlet of each component. Actually, we use geometrical ratios for the parameters of the

⁵DOE responses

⁶with the CFX-TASCflow software

rotor. This ensures us of the geometrical similarity of the various configurations compared in the experimental design as well as a minimum number of parameters. The response variables are the hydraulic efficiency, the rotation speed and the new characteristic diameter.

The implementation of each experiment follows a well defined procedure of resolution. To obtain the characteristics at the optimal point, one carries out iterations according to the Cordier algorithm. The characteristic of this new approach of design of turbomachinery rests on the use of this algorithm, integrated into the design loop. The modeling procedure consists in building an efficiency curve for each configuration, and to retain the value of the efficiency and other response variables for the operating conditions closer to the point of operation. These new parameters adjust the geometry by a scaling factor at the next iteration, until the point of best performance at the design point is obtained. Several variations of this algorithm are explored. Indeed, it has a numerical behavior similar to the fixed point algorithm, whose convergence we try to improve. Two algorithms, known as “fixed point” and “interval”, are retained for their stable convergence behavior in as much as the stop criterion is judiciously selected.

Then we apply this methodology to the conception of the prototype V of Cardianove Inc. It is noted that this prototype presents a mixed topology. The rotor design depends on nondimensional geometrical parameters: $D1/D2$, $L1/D2$, $h1/D2$, $i2/D2$, α_{inlet} , $\alpha_{outlet}/\alpha_{inlet}$. The execution of the DOE through the use of Cordier algorithm, makes it possible to generate response surfaces for three response variables: the hydraulic efficiency η , the rotation speed N and the diameter D . One then seeks the optimum parameter configuration in order to obtain a pump maximizing simultaneously the efficiency and the diameter while minimizing

the rotation speed. The responses are strongly influenced by the following factors: $\alpha_{\text{outlet}}/\alpha_{\text{inlet}}$, $h1/D2$, $L1/D2$ and α_{inlet} . One can thus conclude that the factors $D1/D2$ and $i2/D2$ have little influence on the process. One can optimize inside software STATISTICA, using desirability functions; or by using the software iSIGHT, where one optimizes the polynomial of the regression model determined by STATISTICA. The optimal geometry is validated using numerical simulations, then again subjected to the Cordier algorithm in order to have a pump operating with the best performance at the nominal point of operation. One thus obtains a pump of internal diameter of 8.06 mm having an efficiency of 37.5%, at a rotation speed of 1200 rad/s. We conclude with the methodology validation through experimental inquiries on the hydraulic and hemolysis performance of the prototype V. The hydraulic performance behaves as well as numerically, while the hemolysis index obtained suggests the need of design modifications in order to improve it.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vii
ABSTRACT	xi
TABLE DES MATIÈRES	xv
LISTE DES FIGURES	xix
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xxiii
LISTE DES TABLEAUX	xxvi
LISTE DES ANNEXES	xxviii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DES SYSTÈMES DE SUPPORT CIRCULATOIRE MÉCANIQUES ET DÉTERMINATION DE LA TOPOLO- GIE DE LA POMPE D'APPLICATION	5
1.1 Classification des pompes	7
1.1.1 Pompes pulsatiles	8
1.1.1.1 SAV pulsatiles	8
1.1.2 Pompes non pulsatiles	9
1.1.2.1 SAV non pulsatiles	10
1.1.3 Discussion	11

1.2	Choix de la topologie de la pompe d'application	14
1.2.1	Vitesse et diamètre spécifiques	14
1.2.2	Topologie des pompes non pulsatiles	17
1.2.3	Discussion	19
1.3	Caractéristiques des pompes axiales	23
1.3.1	Physique de l'écoulement	23
1.3.2	Pertes	26
1.4	Trauma sanguin	28
 CHAPITRE 2 MÉTHODOLOGIE DE DESIGN DES TURBOMACHINES		31
2.1	Approche traditionnelle générale	32
2.1.1	Application aux pompes cardiaques	33
2.1.2	Optimisation	35
2.2	Planification statistique d'expériences	37
2.2.1	Description générale du DOE	39
2.2.1.1	Avantages et bénéfices de la planification statistique	41
2.2.2	Procédure d'un DOE	42
2.2.2.1	Plans ou designs d'expériences	45
2.2.2.2	Analyse des données expérimentales	47
2.2.3	Optimisation en design d'expériences	48
2.2.3.1	Méthodologie de surfaces de réponses	50
2.2.4	Outils logiciels	54
2.3	Nouvelle approche	55
2.3.1	Description de la nouvelle approche	55
2.3.1.1	Outils commerciaux	57
2.3.2	Modélisation quasi 1-D	60
2.3.2.1	Test préliminaire d'optimisation à l'aide d'une mo- délisation 1D	61

2.3.2.2	Remarques	65
2.3.3	Modélisation 3D par simulations numériques	66
2.3.3.1	Géométrie et maillage	68
2.3.3.2	Hypothèses de calculs	69
2.3.3.3	Conditions frontières	72
2.3.3.4	Convergence et qualité des résultats	74
2.3.3.5	Test préliminaire d'optimisation à l'aide de simulations 3D	76
2.3.3.6	Remarques	85

CHAPITRE 3	MODÉLISATION PHYSIQUE ET ALGORITHMES DE RÉ- SOLUTION	86
3.1	Caractéristiques des pompes	86
3.2	Lois de similitudes et analyse dimensionnelle	88
3.2.1	Lois de similitudes	88
3.2.2	Analyse dimensionnelle	90
3.2.2.1	Considérations reliées au nombre de Reynolds	92
3.3	Modélisation physique	96
3.3.1	Choix de la composante de la modélisation	97
3.3.2	Paramètres géométriques de la modélisation	98
3.3.2.1	Ratios géométriques	101
3.3.3	Procédure associée à la modélisation	102
3.4	Précurseur aux algorithmes de résolution	102
3.5	Algorithmes de résolution	107
3.5.1	Notion de domaine de recherche d'optimum	109
3.5.1.1	Remarques	110
3.5.2	Algorithme de référence: Cordier	111
3.5.3	Variantes de l'algorithme de Cordier	113

3.5.4	Algorithmes pour déterminer D_{n+1}	117
3.5.4.1	Autres variations	125
3.5.5	Remarques sur les algorithmes	129
CHAPITRE 4 APPLICATION À UNE POMPE CARDIAQUE		130
4.1	Description de la géométrie	130
4.2	Méthodologie de design	131
4.2.1	Comportement de l'algorithme	135
4.3	Analyse des données du plan d'expériences	139
4.4	Optimisation	158
4.4.1	Optimisation avec STATISTICA	159
4.4.2	Optimisation avec iSIGHT	162
4.4.3	Remarques	163
4.5	Vérification des résultats de l'optimisation	164
4.6	Stator de sortie	166
4.7	Caractérisation du prototype V	169
4.7.1	Considérations liées au moteur électrique	171
4.7.2	Caractéristiques numériques du prototype V	172
4.8	Résultats expérimentaux	175
4.8.1	Montage expérimental	177
4.8.2	Résultats de caractérisation de performance	177
4.8.3	Résultats de caractérisation d'hémolyse	179
CONCLUSION		181
RÉFÉRENCES		186
ANNEXES		204

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Classification des systèmes de support circulatoire mécaniques (SSCM) [1]	6
Figure 1.2	Choix d'une pompe rotative pour implantation long terme [2]	14
Figure 1.3	Corrélation de Cordier pour N_s et D_s , pour les turbomachines à rendement élevé [3]	16
Figure 1.4	Schéma des principales topologies des pompes non pulsatiles [4]	17
Figure 1.5	Comparaison des principales caractéristiques de fonctionnement des 3 topologies [5]	19
Figure 1.6	Diagramme de Cordier [3]	20
Figure 1.7	Exemple de pompe axiale (prototype I de Cardianove Inc.) .	23
Figure 1.8	Schématisation de la transformation de l'énergie au sein d'une pompe axiale [6]	24
Figure 2.1	Schématisation du principe de planification d'expériences . .	40
Figure 2.2	Exemple de surface de réponse	51
Figure 2.3	Plan d'expériences d'un central-composite (CCD) à 3 facteurs	53
Figure 2.4	Plan d'expériences d'un Box-Behnken (BB) à 3 facteurs . . .	53
Figure 2.5	Procédure de design	56
Figure 2.6	Section de la pompe (paramètres), prototype II de Cardianove Inc.	62
Figure 2.7	Histogramme pour la variable de réponse de rendement . . .	65
Figure 2.8	Exemple de maillage, du prototype V de Cardianove Inc. . .	70
Figure 2.9	Conditions frontières générales, illustrées sur le prototype V de Cardianove Inc.	74
Figure 2.10	Schémas des différentes géométries des joints préliminaires .	77
Figure 2.11	Schéma des formes de joint de base pour l'optimisation . . .	78

Figure 2.12	Paramètres géométriques du joint, cas du joint dit “sortie” .	78
Figure 2.13	Espace expérimental d’un plan central composite (15 essais)	79
Figure 2.14	Diagramme de Pareto pour la variable de réponse débit du joint, configuration “sortie”	81
Figure 2.15	Optimisation simultanée de la configuration “sortie”	82
Figure 2.16	Lignes de courant représentant l’écoulement à l’intérieur des différentes configurations du prototype III de Cardianove Inc.	84
Figure 3.1	Courbes caractéristiques des pompes [7]	87
Figure 3.2	Courbes caractéristique des pompes, lois de similitudes [7] .	90
Figure 3.3	Courbes caractéristique des pompes, paramètres adimensionnels [3]	92
Figure 3.4	Corrélation de l’efficacité totale avec le diamètre spécifique [3]	93
Figure 3.5	Dépendance de l’efficacité hydraulique/moteur sur le nombre de Re [8]	95
Figure 3.6	Schéma des paramètres géométriques	101
Figure 3.7	Exemple d’abaques	103
Figure 3.8	Illustration de la convergence d’une optimisation locale d’un essai du plan d’expériences de la série 5 ($D_{ext}/D=1.5$, $L/D=1.667$, $W_r=250$)	107
Figure 3.9	Méthodologie de design (notion d’algorithme)	108
Figure 3.10	Schématisation du domaine de recherche d’optimum	109
Figure 3.11	Illustration des quantités “étoiles”, dite optimales sur un graphe de caractéristiques des pompes	113
Figure 3.12	Illustration de l’algorithme de prédiction/correction	119
Figure 3.13	Illustration de l’algorithme de bisection	119
Figure 3.14	Illustration de l’algorithme $\psi_{projeté}$	120
Figure 3.15	Convergences de diverses variantes d’algorithme de point fixe	122

Figure 3.16	Algorithme "intervalle"	123
Figure 3.17	Convergence de l'algorithme "intervalle"	124
Figure 3.18	Convergence de l'algorithme "intervalle" (agrandissement) . .	124
Figure 3.19	Algorithme de point fixe	126
Figure 3.20	Convergence de l'algorithme de point fixe	127
Figure 3.21	Convergence de l'algorithme de point fixe (agrandissement) .	127
Figure 3.22	Convergence de l'algorithme du N (4 l/min, 110 mmHg) . .	128
Figure 3.23	Convergence de l'algorithme du N (4 l/min, 110 mmHg, agran- dissement)	128
Figure 4.1	Schéma du prototype V	131
Figure 4.2	Schéma des paramètres géométriques du rotor du prototype V	132
Figure 4.3	Convergence de l'algorithme de point fixe pour l'essai no 1 .	136
Figure 4.4	Convergence de l'algorithme de point fixe pour l'essai no 51	138
Figure 4.5	Convergence de l'algorithme de point fixe pour l'essai no 49	139
Figure 4.6	Graphes des corrélations linéaires entre les facteurs et les réponses	143
Figure 4.7	Diagramme de Pareto pour la variable de réponse η	145
Figure 4.8	Diagramme de Pareto pour la variable de réponse N	148
Figure 4.9	Diagramme de Pareto pour la variable de réponse D2	149
Figure 4.10	Graphe de probabilité pour la variable de réponse η	149
Figure 4.11	Graphe de probabilité pour la variable de réponse N	150
Figure 4.12	Graphe de probabilité pour la variable de réponse D2	150
Figure 4.13	Comportement des résidus sur échelle gaussienne de la vari- able de réponse η	155
Figure 4.14	Comportement des résidus sur échelle gaussienne de la vari- able de réponse N	156

Figure 4.15	Comportement des résidus sur échelle gaussienne de la variable de réponse D2	156
Figure 4.16	Graphe des valeurs observées vs prédites pour la variable de réponse η	157
Figure 4.17	Graphe des valeurs observées vs prédites pour la variable de réponse N	157
Figure 4.18	Graphe des valeurs observées vs prédites pour la variable de réponse D2	158
Figure 4.19	Profils de désirabilité lors de l'optimisation des paramètres .	161
Figure 4.20	Courbes caractéristiques du prototype V optimisée sans stator	166
Figure 4.21	Distribution de la pression au moyeu	167
Figure 4.22	Lignes de courant au point d'opération	168
Figure 4.23	Courbes caractéristiques du prototype V avec et sans stator	169
Figure 4.24	Configuration du prototype V	170
Figure 4.25	Illustration des contraintes géométriques du rotor de plusieurs SAV en développement	171
Figure 4.26	Courbes caractéristiques du prototype V final	173
Figure 4.27	Variation du rendement η (%) pour la plage d'opération . .	174
Figure 4.28	Variation de la puissance W (watt) pour la plage d'opération	174
Figure 4.29	Variation de la vitesse de rotation N (rad/s) pour la plage d'opération	175
Figure 4.30	Photographie du prototype V usiné, en pièces détachées . . .	176
Figure 4.31	Photographie du prototype V assemblé	176
Figure 4.32	Montage expérimental	178
Figure 4.33	Comparaison entre les données expérimentales et numériques du prototype V	178
Figure 4.34	Distribution des cisaillements à l'intérieur du prototype V .	180

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

Abréviations

BB	Box-Behnken design
CAO	Conception assistée par ordinateur
CFD	“Computational Fluid Dynamics”
CC	Courant continu
CCD	“Central Composite Design”
ddl	degrés de liberté
DOE	“Design of Experiments”
ggi	“general grid interface”
Hb	Hémoglobine
IGV	“Inlet Guide Vane”
LDH	Lactate Déshydrogénase
MDO	“Multidisciplinary Optimisation”
MFR	“Multiple Frame of Reference”
NIH	“Normalized Index of Hemolysis”, index d’hémolyse normalisé
RFR	“Rotating Frame Reference”
rpm	rotations par minute
SAV	Système d’assistance ventriculaire
SSCM	Système de support circulatoire mécanique
TAH	“Total Artificial Heart”

Notations

D	diamètre caractéristique
Ds	diamètre spécifique
Dsr _g	désirabilité globale
g	accélération gravitationnelle
H	hauteur d’élévation (m)
Ns	vitesse spécifique

N	vitesse de rotation (rpm ou rad/s)
M	couple (N.m)
\dot{m}	débit massique
p	pression (Pa)
p	niveau de signification statistique
ΔP	gain de pression (mmHg ou Pa)
Q	débit (l/min ou m ³ /s)
Re	nombre de Reynolds
S_y	critère de von Mises
U	vitesse (m/s)
W	puissance (watt)
Wr	angle d'enroulement des pales
X	facteur, intrant du DOE
Y	réponse, extrant du DOE

Symboles grecs

α	angles des pales
β_i	coefficient de régression
δ	opérateur de dérivé
η	rendement
Ω	vitesse de rotation (rad/s)
Π	produit Pi
ϕ	coefficient de débit
ψ	coefficient de chargement
μ	viscosité dynamique
ρ	densité
ν	viscosité cinématique
σ	contrainte
τ	contrainte de cisaillement
ξ	coefficient de puissance

Indices

<i>cible</i>	point cible
<i>h</i>	hydraulique
<i>n</i>	état courant
<i>n – 1</i>	état précédent
η^*	valeur au point de rendement maximal
<i>pt fix</i>	valeur de point fixe
<i>T</i>	total

Exposants

*	au point de rendement maximal
---	-------------------------------

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1	SAV pulsatiles	9
Tableau 1.2	SAV non pulsatiles	11
Tableau 1.3	Caractéristiques principales des 2 classes de pompes et leur correspondance SAV	12
Tableau 1.4	Rendements hydrauliques des SAV	22
Tableau 2.1	Paramètres géométriques du prototype II de Cardianove Inc.	63
Tableau 2.2	Valeur des R, R^2 et $R^2_{\text{ajusté}}$ des variables de réponses	64
Tableau 2.3	Résultats hydrauliques des géométries préliminaires du joint	77
Tableau 2.4	Comparaison des optimaux modélisés des trois configurations.	83
Tableau 2.5	Comparaison du modèle DOE aux simulations numériques (CFD).	83
Tableau 3.1	Paramètres de design de notre pompe	94
Tableau 3.2	Paramètres utilisés pour les plans d'expériences	101
Tableau 3.3	Caractéristiques des plans d'expériences utilisés pour les séries 1, 2, 3 et 4	104
Tableau 3.4	Caractéristiques du plan d'expériences utilisé pour la série 5	106
Tableau 3.5	Résultats de la convergence des sous-itérations pour la con- figuration 3 du plan d'expériences de la série 5	106
Tableau 3.6	Variantes du point fixe de Cordier pour N et D	115
Tableau 3.7	Exemple de D(mm) et N(rad/s) obtenus par les 4 variantes .	115
Tableau 4.1	Matrice des expériences (partie 1, essais nos 1 à 25 sur 51) .	133
Tableau 4.2	Matrice des expériences (partie 2, essais 25 à 51 sur 51) . . .	134
Tableau 4.3	Résultats des itérations pour l'essai 01	135
Tableau 4.4	Résultats des itérations pour l'essai 51	137
Tableau 4.5	Résultats des itérations pour l'essai 49	138

Tableau 4.6	Matrice des réponses (partie 1, essais 1 à 25 sur 51)	141
Tableau 4.7	Matrice des réponses (partie 2, essais 26 à 51 sur 51)	142
Tableau 4.8	Table Anova pour la variable η	146
Tableau 4.9	Table des effets pour la variable η	147
Tableau 4.10	Résumé de l'influence des facteurs	152
Tableau 4.11	Coefficients de régressions	153
Tableau 4.12	Coefficients de corrélation des régressions	154
Tableau 4.13	Fonctions de désirabilité associées aux objectifs	159
Tableau 4.14	Optimisation du prototype V avec STATISTICA	160
Tableau 4.15	Optimisation selon iSIGHT (algorithme génétique)	162
Tableau 4.16	Comparaison du modèle DOE aux simulations numériques (CFD) D=0.007924 à 5 l/min.	164
Tableau 4.17	Historique de l'optimisation du prototype V D=0.00806 avec la méthode de point fixe	165
Tableau 4.18	Prototype V optimisé	165

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I	NOTIONS DE STATISTIQUES	204
I.1	Indicateurs de tendance centrale et indicateurs de dispersion	204
ANNEXE II	APPLICATION DU THÉORÈME DE BUCKINGHAM .	206

INTRODUCTION

En Amérique du Nord, les maladies cardio-vasculaires constituent la première cause de mortalité. Parmi ces maladies, l'insuffisance cardiaque est considérée responsable de la moitié de ces décès. Cette maladie cardiaque dégénérative se manifeste par la détérioration progressive du muscle cardiaque et son incapacité croissante à pomper ou à assurer la circulation du sang qui apporte l'oxygène à l'organisme. Le type de traitement pour l'insuffisance cardiaque dépend de la sévérité et de l'étendue de la maladie. Une des dernières options pour une majorité de patients est la transplantation cardiaque. Or, comme la demande de transplantations cardiaques augmente deux fois plus rapidement que le nombre de donneurs⁷, il apparaît impératif de trouver une alternative à la transplantation. Cette absence de traitement curatif et définitif couplée au taux élevé de mortalité et les coûts des traitements associés à l'insuffisance cardiaque en phase terminale ont catalysé, depuis une vingtaine d'années, le développement de technologies avancées de coeurs artificiels appelés systèmes de support circulatoire mécaniques (SSCM).

Les SSCM sont des appareils qui peuvent maintenir la circulation sanguine avec ou sans la contribution du coeur naturel. Lorsque le coeur artificiel remplace le coeur naturel, on parle de coeur artificiel complet. Lorsque conçus pour assister ou maintenir la fonction de pompage du coeur naturel, sans le remplacer, ces appareils sont appelés Systèmes d'Assistance Ventriculaire (SAV⁸). Or, l'insuffisance cardiaque est dans 80% des cas associée à la principale chambre de pompage du coeur, le ventricule gauche. Ainsi, la majorité des appareils d'assistance ventriculaire sont

⁷selon l'agence d'obtention UNOS (United Network for Organ Sharing in United States)

⁸ou VAD, "Ventricular Assist Device"

conçus pour desservir d'abord le ventricule gauche⁹.

Il existe à l'École Polytechnique un projet¹⁰ de développement de ce type de système d'assistance ventriculaire. Ce projet institué par la compagnie Cardianove Inc. comprend un volet fort intéressant soit le design mécanique d'une pompe à flux continu, totalement implantable dans le ventricule gauche. Ce système d'assistance ventriculaire SAV est conçu comme une solution unique d'assistance ou de suppléance cardiaque. Il incorpore une pompe à flux continu intégrant un moteur CC sans balai totalement implantable dans le ventricule gauche et configuré pour des applications permanentes. Le système est conçu comme un support circulatoire à long terme mais pourrait tout aussi bien être utilisé pour des applications à plus court terme ou temporaires pour desservir les patients en attente de transplantation ou ceux dont le coeur doit récupérer d'une chirurgie ou d'une pathologie aiguë. Il fait partie de la prochaine génération des appareils de coeurs artificiels qui seront totalement intracorporels (sans ouverture laissant passer fils, câbles, ou autres conduits de l'intérieur vers l'extérieur du corps).

Le design mécanique consiste en la conception d'une série de pompes successives, chacune étant soumise à un cycle de développement en 3 points: design par CAO-Simulation CFD, prototypage rapide/usinage, validation et analyse sur banc d'essai hydraulique en laboratoire de ses caractéristiques de fonctionnement. C'est la méthodologie reliée au design par CAO-Simulation CFD qui fait l'objet de cette thèse. En effet, les méthodologies de design de turbomachines existantes sont moins appropriées vu la petitesse de la turbomachine à pales que l'on désire réaliser. Entre autres, les effets visqueux, pour une pompe de cette taille, sont beaucoup plus importants que ceux considérés dans le savoir-faire actuel du design de turboma-

⁹LVAD, "Left Ventricular Assist Devices"

¹⁰en collaboration avec l'Institut de Cardiologie de Montréal

chines dont la taille est de 1000 à 1000000 fois plus importante (ex: du moteur d'avion à la turbine hydraulique du barrage LG2).

Cette thèse propose une nouvelle méthodologie de design de turbomachines de petite taille grâce à l'intégration et l'utilisation de divers outils numériques. Elle insiste tout particulièrement sur l'analyse simultanée par simulations numériques 3D de l'effet de variations géométriques de divers prototypes, déterminés par la planification statistique d'expériences, sur la performance hydraulique. Par la suite, une surface de réponse peut être générée puis optimisée pour définir la meilleure configuration possible, soit un design optimal.

Le chapitre 1 présente une revue des différents SSCM existants avec emphase sur les SAV non pulsatiles à écoulement continu. Puis, on y discute de la topologie retenue pour la pompe de cette étude à l'aide de définitions de critères adimensionnels (D_s , N_s).

Le chapitre 2 revoit les différentes méthodologies de design de turbomachines et présente le détail de la nouvelle approche. Celle-ci utilise un outil statistique de design d'expériences implicite à la procédure de design qui fait appel à un algorithme de Cordier. Deux exemples préliminaires d'utilisation de la nouvelle méthodologie de design sont analysés, avec leurs avantages et leurs inconvénients.

Le chapitre 3 explique la modélisation physique utilisée à l'aide des lois de similitudes et des paramètres de caractérisation adimensionnels des pompes. On y présente ensuite l'évolution des algorithmes de résolutions de la nouvelle approche, algorithmes émanants de celui de Cordier et pouvant être assimilés à une forme d'optimisation.

Le chapitre 4 traite de l'application de la nouvelle méthodologie de design à la

conception d'un prototype de SAV à flux continu¹¹. On y analyse à la fois le comportement de l'algorithme de la nouvelle approche et le résultat final optimisé. Des résultats expérimentaux sont aussi présentés afin de confirmer la validité de la nouvelle procédure de design.

¹¹prototype V de Cardianove Inc.

CHAPITRE 1

REVUE DES SYSTÈMES DE SUPPORT CIRCULATOIRE MÉCANIQUES ET DÉTERMINATION DE LA TOPOLOGIE DE LA POMPE D'APPLICATION

On regroupe sous l'appellation systèmes de support circulatoire mécaniques (SSCM), les divers systèmes d'assistance cardiaque actuels. Un des pionniers dans la technologie des SSCM est le Dr Michael DeBakey [9]. Il développa, en 1934, le premier système de support circulatoire mécanique qui consistait en une pompe à rouleaux ("roller pump"), utilisée pour la circulation extra-corporelle. Ce type de pompe est encore en utilisation aujourd'hui dans l'appareil de support "cœur-poumon". Rappelons que la seule exigence fonctionnelle d'un SSCM est l'assurance d'une perfusion sanguine adéquate du corps contre la résistance associée au système circulatoire. Les SSCM peuvent être classés [1] selon le genre d'assistance (gauche, droite ou biventriculaire), le genre d'écoulement généré (pulsatile ou non pulsatile), le temps d'implantation (court, moyen ou long terme) ou le principe de fonctionnement (électrohydraulique ou électrique). En se basant sur le besoin thérapeutique du cœur déficient (insuffisance cardiaque en phase terminale, récupération suite à une chirurgie cardiaque, myocardite, infarctus aigus), on peut les classer en deux grandes catégories: les cœurs artificiels complets et les systèmes d'assistance ventriculaire (SAV) (figure 1.1).

Les cœurs artificiels complets comprennent généralement deux pompes cardiaques (pulsatiles), et sont implantés à la place du cœur du patient. Puisque ce système remplace le cœur malade, il peut être utilisé à la fois comme pont à la transplan-

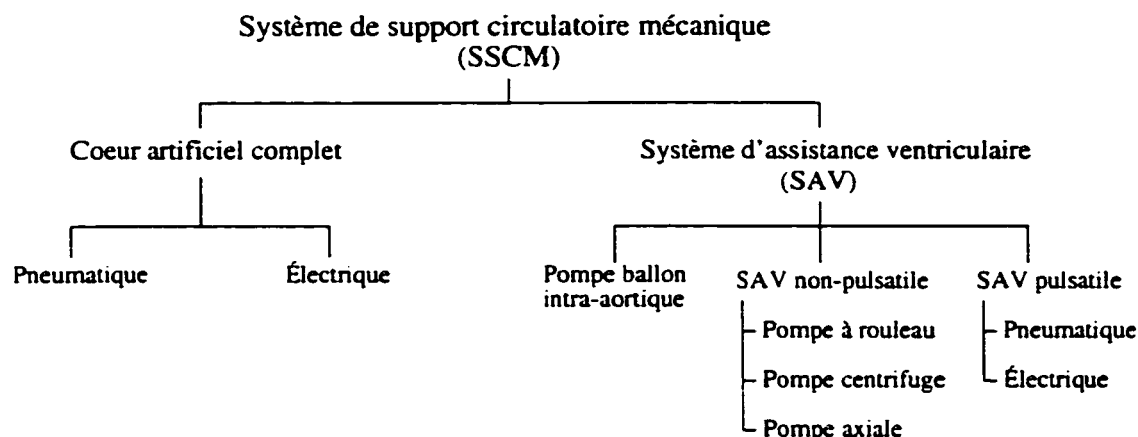


Figure 1.1: Classification des systèmes de support circulatoire mécaniques (SSCM) [1]

tation et implant permanent. Le seul coeur artificiel pneumatique encore utilisé aujourd'hui est le Jarvik 7, maintenant connu sous le nom de CardioWest TAH [1]. La dernière génération de coeurs artificiels est électrique, et les plus connus sont le AbioCor™ de Abiomed Inc. (objet d'une implantation humaine fort médiatisée en juin 2001 [10], développé en collaboration avec le Texas Heart Institute, pompe centrifuge); celui de Nimbus Inc. (en collaboration avec la Cleveland Clinic Foundation, pompe à diaphragme) et celui du Sarns 3M Health Care (en collaboration avec la Pennsylvania State University, pompe similaire au Nimbus) [1].

Le choix d'utilisation entre un coeur artificiel complet ou un SAV, dépend de l'état physiologique du muscle cardiaque. Le principal avantage d'un SAV sur les coeurs complets consiste en sa "fiabilité". En effet, si un SAV est défectueux, la fonction de pompage, même limitée, du coeur naturel peut encore garder le patient en vie; ce qui n'est pas le cas si un coeur artificiel complet venait à faillir. Ce fait a occasionné l'émergence, au cours des vingt dernières années, de nombreux groupes de recherche et de développement intéressés par ces systèmes d'assistance ventriculaire. De plus, depuis que Reemtsma et ses collègues [11] ont démontré avec succès en 1978, que

le pont à la transplantation grâce à une assistance mécanique était possible, les SAV sont de plus en plus utilisés. Par ailleurs, tant que la base moléculaire des déficiences cardiaques ne sera pas comprise in extenso et donc ne pourra être traitée à l'aide d'une thérapie (thérapie génique ou autre), les spécialistes continueront à se fier aux systèmes d'assistance ventriculaire comme meilleur moyen de support mécanique cardiaque [12].

Ce chapitre présente une revue non exhaustive des systèmes de support circulatoire mécaniques et plus particulièrement des systèmes d'assistance ventriculaire. Une présentation générale des pompes, s'inspirant des turbomachines est privilégiée, pour ensuite discuter en détail des systèmes d'assistance ventriculaire (SAV) et en particulier des SAV non pulsatiles.

1.1 Classification des pompes

Une turbomachine est une machine qui permet de donner ou de retirer de l'énergie à un fluide par l'action dynamique de pales en mouvement rotatif [13]. Essentiellement, une rangée de pales (rotor) modifie l'enthalpie de stagnation du fluide qui s'y déplace en produisant un travail positif ou négatif. Ces changements d'enthalpie sont intimement liés aux changements de pression se produisant simultanément dans le fluide. Il existe 2 grandes catégories de turbomachines: celles qui ajoutent de l'énergie au fluide (pompes) et celles qui en retirent (turbines).

Une pompe est donc une turbomachine qui ajoute de l'énergie au fluide, c'est-à-dire que la rotation produite par une force extérieure à la machine transfère cette énergie au fluide sous forme de pression ou d'énergie cinétique. La classification traditionnelle comprend deux types de pompes [5]: les pompes à déplacement positif

ou pulsatiles et les pompes dynamiques ou non pulsatiles. Notons que les pompes à déplacement positif ne sont pas considérées comme turbomachines [3]; en effet l'écoulement ne s'y déplace pas de façon continue.

1.1.1 Pompes pulsatiles

Les pompes pulsatiles possèdent une frontière mobile, qui fait subir au fluide une variation de volume. Une cavité s'ouvre et le fluide est admis par un canal d'entrée. La cavité se referme et le fluide est poussé hors de celle-ci via un canal de sortie. Le coeur du mammifère en représente un parfait exemple. Ces pompes produisent un écoulement pulsatile ou périodique: la cavité s'ouvre, retient puis comprime le fluide. Ces pompes ont comme principal avantage de pouvoir déplacer n'importe quel fluide indépendamment de sa viscosité.

1.1.1.1 SAV pulsatiles

Les premiers systèmes d'assistance cardiaque furent pulsatiles. Dans les années 70, la première approche au développement de support circulatoire mécanique, fut d'imiter le plus possible la physiologie du coeur. Cela a permis la mise en marché de nombreux appareils pulsatiles, dont plusieurs sont encore utilisés aujourd'hui. Le tableau 1.1 en présente quelques uns. Ils sont divisés selon leur principe de fonctionnement: pneumatique ou électrique.

Les restrictions majeures associées au SAV pulsatile demeurent: une consommation énergétique élevée, un taux d'hémolyse élevé, des risques d'infection et des problèmes de saignement reliés aux sutures de multiple tubulures, un design mé-

Tableau 1.1: SAV pulsatiles

Pneumatique	Électrique
HeartMate I (IP) [1, 12, 14–17]	HeartMate I (VE) [12, 15–18]
Zeon Medical [17]	Novacor [1, 9, 17, 19, 20]
Toyobo [17]	Lion Heart [17]
Thoratec [1, 15, 17]	HeartSaver [21]
Abiomed [1, 17]	
Medos [1, 17, 22]	
PUCA [1]	
Sarns [23]	

canique complexe (défaillances de fiabilité et de durabilité à long terme), ainsi que des composantes lourdes et volumineuses.

1.1.2 Pompes non pulsatiles

Les pompes non pulsatiles transfèrent une certaine quantité de mouvement au fluide par l'action d'aubes ou de pales en mouvement, ou au moyen d'un design spécial. D'une façon générale, le fluide acquiert de l'énergie lorsqu'il se déplace dans les aires de passage de la pompe, puis convertit sa vitesse élevée en un gain de pression lors de sa sortie au travers d'une section diffusive.

On classe ce type de pompe, appelée dynamique, de la façon suivante [5]:

1. pompes rotatives (rotodynamiques)
 - (a) centrifuge ou à écoulement radial
 - (b) écoulement axial
 - (c) écoulement mixte (entre radial et axial)
2. designs spéciaux

- (a) pompe à jet ou éjecteur
- (b) pompe électromagnétique pour métaux liquides
- (c) pompe actionnée par le fluide (“gas-lift” ou “hydraulic-ram”)

C'est la première catégorie de pompes (rotatives) qui a été retenue pour cette recherche.

1.1.2.1 SAV non pulsatiles

Plusieurs groupes de recherche ont opté pour le développement de SAV non pulsatiles, afin de pallier aux inconvénients des systèmes pulsatiles mentionnés précédemment [24, 25]. On classe les systèmes non pulsatiles en deux catégories: les SAV intégrant des pompes centrifuges (où le sang est propulsé par la rotation d'un système à aubes) et les SAV intégrant des pompes à flux axial (utilisant en série une combinaison de rotors et stators). Il existe aussi des SAV de type mixte, mais elles sont moins courantes [26–28] . Plus petits et moins complexes que les systèmes pulsatiles, les systèmes intégrant des pompes à flux continu (non pulsatiles) n'utilisent pas de valves et seront moins coûteux, plus fiables, et surtout moins énergivores. Le tableau 1.2 en présente les plus connus.

Les systèmes à flux continu du tableau 1.2 diffèrent sensiblement entre eux tant au niveau du design mécanique de la pompe (et des méthodes de conception utilisées), qu'au niveau du type de composants électromagnétiques utilisés, de l'approche d'intégration de ces composants à la pompe ainsi que des mécanismes requis pour dissiper les pertes thermiques du moteur. Pour plus de détails sur les particularités de ces diverses SAV, on peut se référer aux articles cités dans ce tableau.

Tableau 1.2: SAV non pulsatiles

Centrifuges	Axiales
BioMedicus [17, 29, 30]	Hemopump [17, 31, 32]
Nikkiso [17, 29, 33–38]	HeartMate II (Nimbus) [1, 16, 17, 39–41]
Terumo [17, 41]	Jarvik 2000 [11, 17, 42–45]
SJM [17]	MicroMed DeBakey [17, 46–49]
Sarns [17]	Impella (Cardiotechnik) [41, 50, 51]
Jostra [17]	Valvo pump [52]
Kyocera-Gyro (Baylor) [17, 29, 48, 53–55]	Japan - Sun Medical [56–58]
Sun-medical [17, 41, 59]	Helmholtz microaxial [31, 60, 61]
NCVC [17]	Pitt Streamliner [62, 63]
Kyoto-NTN [64, 65]	
HeartMate III [16, 41, 66]	
Abiomed [67]	
VentrAssist (MicroMedical) [41]	
Kriton Medical [41]	
Baylor College [41]	

1.1.3 Discussion

À titre d'outil de comparaison, le tableau 1.3 énumère les principales caractéristiques des 2 classes de pompes présentées dans cette section. En général, les pompes non pulsatiles procurent un débit de refoulement plus important que les pompes pulsatiles, mais elles restent inefficaces pour les fluides de viscosité élevée. Elles nécessitent aussi un amorçage ("priming"), c'est-à-dire que si elles sont saturées d'air elles ne pourront pas pomper du liquide qui se trouve à une hauteur inférieure à leur ouverture d'entrée. Les pompes pulsatiles, auto-amorçées, sont surtout appropriées pour des variations de pression élevées et un faible débit, tandis que les pompes dynamiques procurent un débit important contre une plus faible variation de pression.

De plus, on retrouve au tableau 1.3 les caractéristiques intéressantes de ces pompes

Tableau 1.3: Caractéristiques principales des 2 classes de pompes et leur correspondance SAV

Pompes non pulsatiles	Pompes pulsatiles
débits importants	débits faibles
flux débitant continu	flux débitant périodique ou pulsatile
fluide à faible viscosité	peu importe la viscosité du fluide
besoin d'amorçage ("priming")	auto-amorçées
faibles gains de pression	gains de pression élevés
↓	
SAV non pulsatiles	SAV pulsatiles
peu énergivore	énergivore
trauma sanguin faible	trauma sanguin élevé
risque potentiel d'infection faible	risque potentiel d'infection élevé
design mécanique simple	design mécanique complexe
compact et léger	volumineux et lourd

associées à leur forme SAV. En effet, les SAV non pulsatiles sont moins énergivores (≤ 15 watt) que leur contre-partie pulsatile. On observe un trauma sanguin¹ inférieur pour les SAV non pulsatiles ($\text{NIH} < 0.003 \text{ g/100l}$) par rapport aux pulsatiles ($\text{NIH} \sim 0.04 \text{ g/100l}$) [9]. Les systèmes non pulsatiles sont plus simples, il n'y a pas de valves, ni de chambre volumineuse de pompage (avec un élastomère à vie limitée) et une seule composante est en mouvement: le rotor. Par ailleurs, il existe un phénomène intéressant propre aux pompes non pulsatiles [48]: le dépôt d'une mince couche de protéine sur les surfaces en contact avec le sang, qui rend la pompe rotative anti-thrombogénique. De plus, on observe que d'un point de vue médical [47], il n'y a pas de différence dans la convalescence des patients, entre l'usage d'une pompe à écoulement continu et celui d'un appareil pulsatile.

¹en terme d'index d'hémolyse normalisé (NIH)

Rappelons maintenant les caractéristiques recherchées chez un SAV implantable [47, 62]:

- temps d'implantation de plus de 3 mois;
- point d'opération de 5 l/min contre 100 mmHg;
- performance hydrodynamique satisfaisante (rendements hydraulique et mécanique élevés);
- minimum de cisaillement versus temps de résidence;
- force minimum d'accélération (doit propulser le sang doucement);
- biocompatible;
- anti-thrombogénique;
- fiabilité élevée;
- volume déplacé réduit et design compact;
- génération de chaleur faible;
- simplicité;
- bruit et vibration limités;
- roulement sans usure pour une longue période;
- absence de cavitation.

Étant donné les caractéristiques des SAV tel que résumé à la figure 1.2 et en regard des technologies de conception des pompes cardiaques disponibles; il est clair que la pompe rotative satisfait aux exigences d'une pompe implantable à long terme. Dans notre recherche, on opte donc pour le développement d'un SAV non pulsatile.

Il faut maintenant identifier la topologie de pompe dynamique qui rencontre le mieux les critères de sélection reliés au point d'opération² prévu de notre application.

²aussi appelé point de design

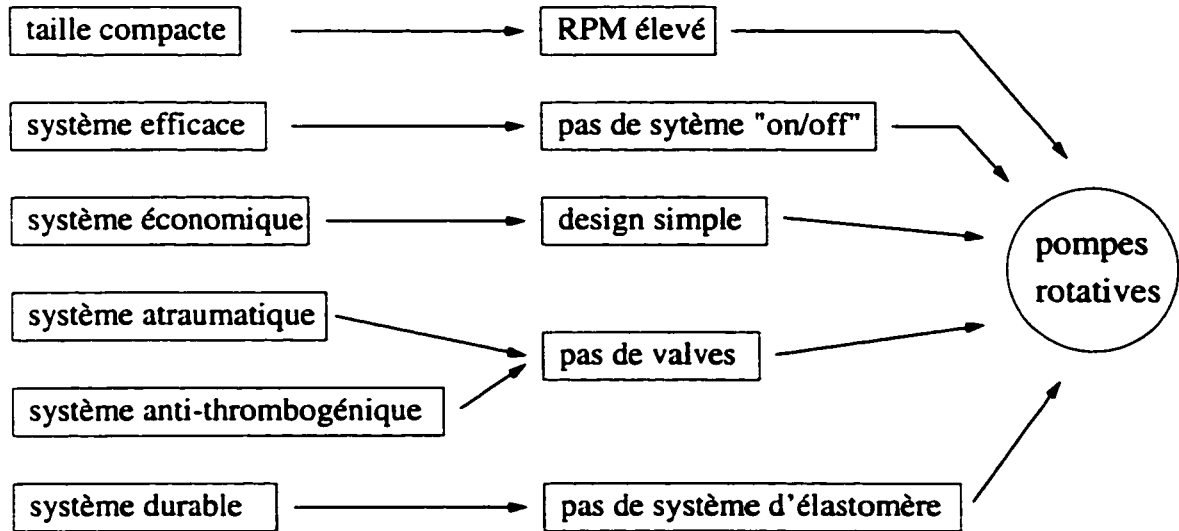


Figure 1.2: Choix d'une pompe rotative pour implantation long terme [2]

1.2 Choix de la topologie de la pompe d'application

On présente de façon générale les trois topologies existantes associées aux pompes non pulsatiles, et leurs principales caractéristiques. La topologie axiale fait l'objet d'une description plus détaillée pour faciliter la compréhension du micro-écoulement dans la pompe développée. Tout d'abord, on présente un rappel des notions des vitesses et diamètres spécifiques dans les turbomachines.

1.2.1 Vitesse et diamètre spécifiques

Dans les turbomachines, des quantités caractéristiques adimensionnelles sont utilisées pour comparer différentes pompes sur la base du meilleur rendement hydraulique. Ce dernier est défini par [4]:

$$\eta_h = \frac{\text{énergie utile transférée au fluide par unité de temps}}{\text{puissance au rotor}} = \frac{\Delta P Q}{M \Omega} \quad (1.1)$$

En effet, dans les années 50, Cordier (1955) a fait une analyse exhaustive des turbomachines performantes à partir de nombreuses données expérimentales [3]. Il a tenté de corréler ces données en termes de vitesse spécifique N_s , de diamètre spécifique D_s et de rendement η_T . Il a remarqué que les turbomachines qui, selon leur topologie, avaient de bons rendements, tendaient à se regrouper le long d'une courbe lorsqu'on les représentaient graphiquement en fonction de leurs valeurs de N_s et D_s , valeurs donnant lieu au diagramme de Cordier (figure 1.3). N_s et D_s sont alors définis par les relations suivantes:

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (1.2)$$

$$D_s = \frac{DH^{1/4}}{Q^{1/2}} \quad (1.3)$$

où N est la vitesse de rotation (rad/s), Q le débit (m^3/s), H la hauteur d'élévation (m) et D le diamètre caractéristique (m).

On utilise N_s pour caractériser un type de pompe, au point de rendement maximum. Il existe des corrélations de rendement associés au diagramme de Cordier [3], déterminant une limite supérieure du rendement possible. Les régions de rendement optimal selon chaque topologie sont représentées sur le graphe de la figure 1.3 (encadrés verts).

Le diamètre spécifique, D_s (équation 1.3), relie le diamètre caractéristique du rotor de la machine au diamètre d'une canule fictive avec une hauteur et un débit équivalent. La vitesse spécifique, N_s (équation 1.2), relie la vitesse de rotation du point d'opération donné à la vitesse de rotation d'une pompe géométriquement similaire, qui élèverait d'une hauteur de 1 mètre, un débit de $1 \text{ m}^3/\text{s}$. N_s est la même pour toutes les pompes semblables et ne change pas avec la vitesse pour une même pompe [7]. On peut déduire de l'équation 1.2, que les pompes de plus

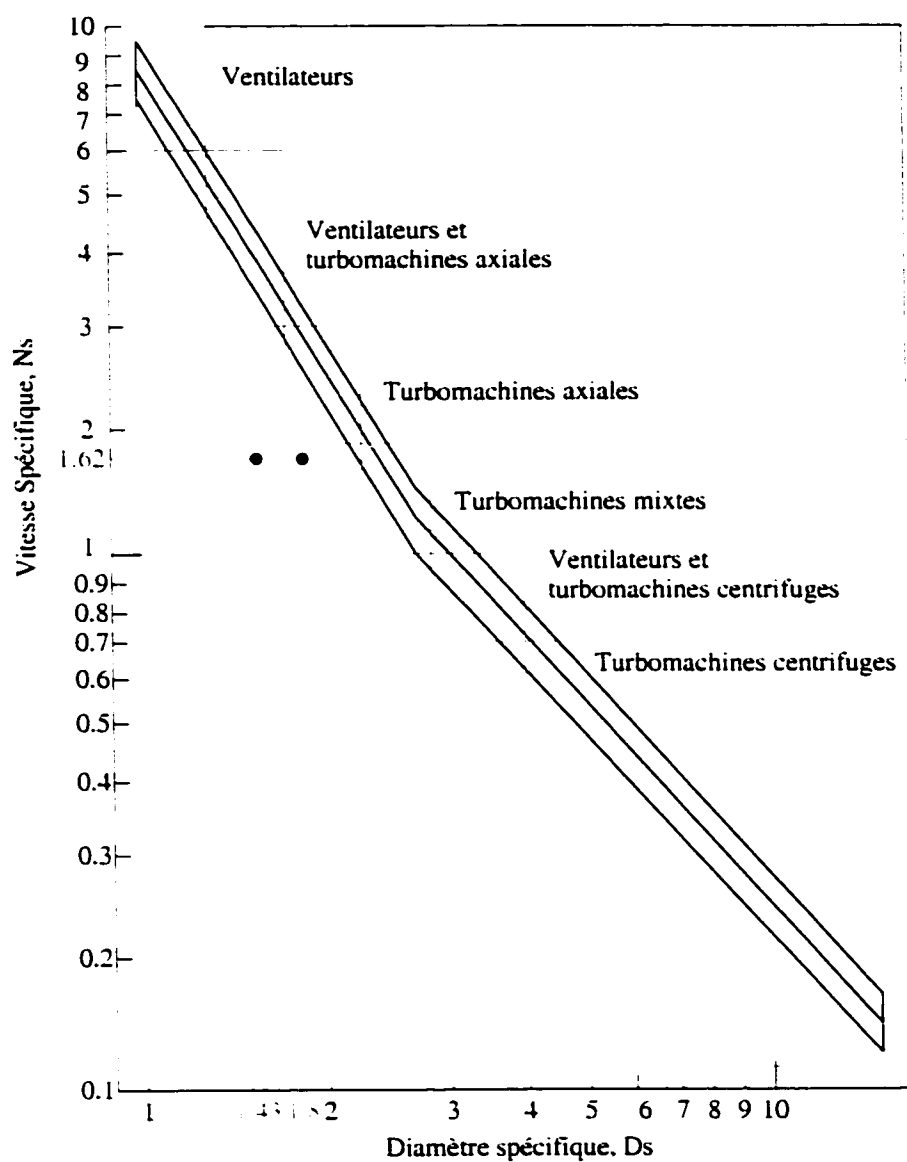


Figure 1.3: Corrélation de Cordier pour N_s et D_s , pour les turbomachines à rendement élevé [3]

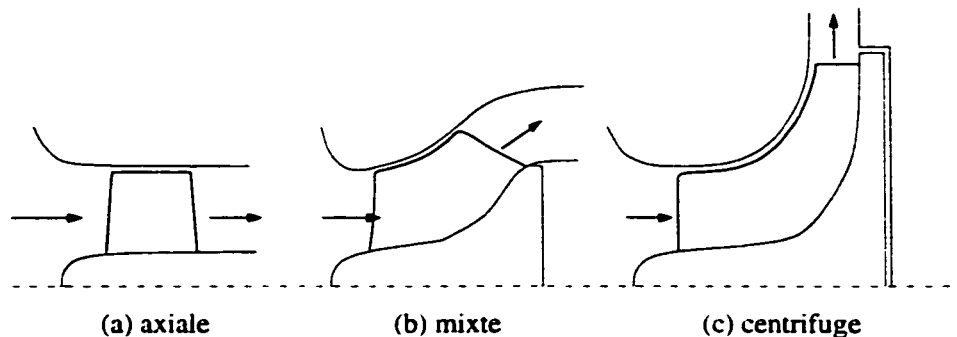


Figure 1.4: Schéma des principales topologies des pompes non pulsatiles [4]

grande vitesse spécifique tourneront plus vite et seront plus petites. Par ailleurs, pour la même vitesse et le même débit, les pompes de plus grande vitesse spécifique fonctionneront avec une hauteur d'élévation plus faible ou pour la même vitesse et la même hauteur des débits plus élevés. La vitesse spécifique est un critère de similitude des pompes pour l'étude de leur caractéristiques de fonctionnement, et elle sera utile à la caractérisation des topologies à la section suivante.

1.2.2 Topologie des pompes non pulsatiles

La façon dont le fluide se déplace à l'intérieur et autour de la turbomachine donne lieu à une autre classification. Il existe alors trois topologies principales caractérisées par la direction principale de l'écoulement fluide par rapport à l'axe de rotation: axiale, centrifuge et mixte (figure 1.4).

La topologie **axiale**, telle que schématisée à la figure 1.4(a), dirige l'écoulement parallèlement à l'axe de rotation de la machine. Le gain de pression (ou hauteur d'élévation) est produit par un changement dans la quantité de mouvement tangentielle. On associe à ces machines des débits (Q) élevés contre des hauteurs d'élévations (H) faibles. Ceci résulte en des vitesses spécifiques, N_s , élevées.

Dans une topologie **centrifuge** (figure 1.4(c)), une partie importante de l'écoulement à l'entrée ou à la sortie est dans la direction radiale. Le rotor utilise ce changement de rayon pour produire un gain de pression. À l'opposé de la topologie axiale, on associe aux pompes centrifuges des hauteurs d'élévation élevées et des débits faibles, résultant en des vitesses spécifiques faibles.

Entre ces deux types, on retrouve la topologie **mixte** (figure 1.4(b)), où la direction de l'écoulement à l'entrée ou la sortie comporte de fortes composantes axiales ou radiales. Sa vitesse spécifique se situe entre les 2 précédentes (transition).

On retrouve à la figure 1.5, une comparaison des caractéristiques³ de débit (Q), de hauteur (H), de rendement (η) et de puissance (W) de ces 3 topologies. Pour les topologies axiales, on observe que la hauteur d'élévation et la puissance chutent brusquement avec le débit (ce qui sous-entend un problème de surcharge ou de démarrage à faible débit), et le rendement présente une courbe très étroite, plutôt triangulaire. Les topologies centrifuges affichent une courbe de rendement plus étendue, une courbe de puissance croissante et une hauteur d'élévation qui chute à débit nul ("shut-off"). Les topologies mixtes offrent un comportement intermédiaire entre ces 2 topologies: leur colline de rendement est un peu plus étendue que celle des axiales, leur courbe de hauteur d'élévation se comporte de façon similaire à celle des axiales et leur courbe de puissance est moins sensible au débit que les 2 autres.

³normalisées par rapport aux conditions au point d'efficacité maximal, identifiées par un astérisque

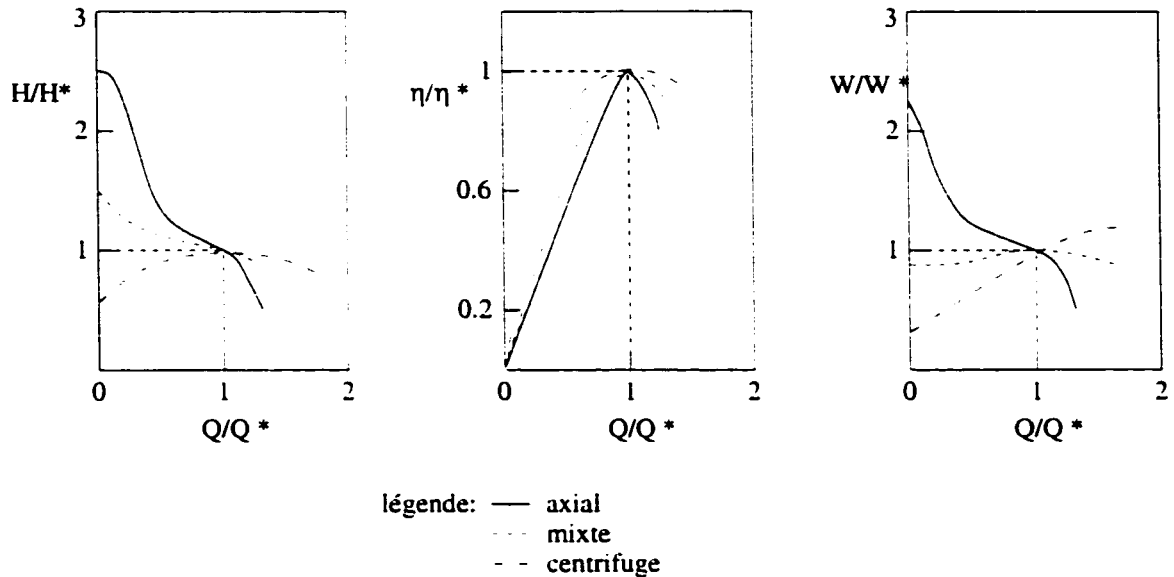


Figure 1.5: Comparaison des principales caractéristiques de fonctionnement des 3 topologies [5]

1.2.3 Discussion

Discutons maintenant du choix de topologie quant à notre application d'intérêt: un système d'assistance ventriculaire. En utilisant l'approche de Cordier, il faut déterminer un paramètre utile à la caractérisation: la vitesse spécifique. N_s doit être calculé au point d'opération prévu, soit pour un débit de 5 l/min, un gain de pression de 100 mmHg et une vitesse de rotation de 11000 rpm. On obtient alors une vitesse spécifique de $N_s = 1.62$. À partir du graphe de Cordier [3], représenté ici sous sa forme initiale à la figure 1.6, on se situe (point rouge sur le graphe) dans la région de transition entre les machines axiales et radiales, soit une machine mixte. Rappelons que le graphe de la figure 1.6 illustre la courbe de Cordier où la machine possède un rendement maximal pour un point d'opération donné.

On peut de plus évaluer un diamètre spécifique. D_s , duquel on détermine la valeur

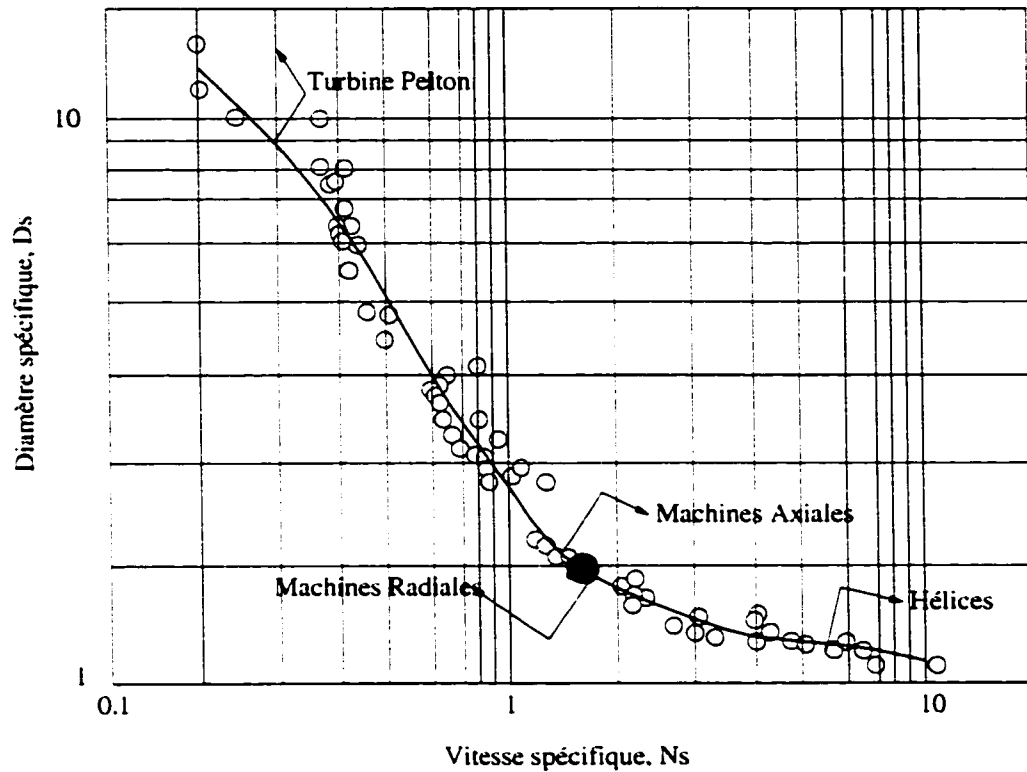


Figure 1.6: Diagramme de Cordier [3]

du diamètre caractéristique de la machine: pour un $D_s \sim 1.8^4$, on obtient un diamètre $D = 8.8 \times 10^{-3}$ m, donc une machine de petite taille. Or dans notre cas, on anticipe un diamètre caractéristique plus petit⁵, soit 7 mm environ. On obtient alors un diamètre spécifique $D_s = 1.43$. Ceci nous place sous la courbe des meilleurs rendements de Cordier (points sur la figure 1.3). Ainsi, selon les corrélations associées à la figure 1.3, pour un $D_s = 1.43$ ou 1.8 on aurait besoin d'une topologie axiale⁶, tandis que pour un $N_s = 1.62$ notre choix se porterait plutôt sur une topologie mixte⁷ [3]. On se trouve ainsi dans une zone grise où l'une ou l'autre des topologies serait adéquate. Or, on constate que la détermination de la

⁴pour un $N_s = 1.62$ sur la figure 1.6

⁵à cause des restrictions anatomiques du cœur

⁶si on allonge verticalement les pointillés rouges

⁷si on allonge horizontalement les pointillés bleus

valeur du diamètre spécifique est plus souple, quant au choix du diamètre caractéristique qui demeure sujet à interprétation, par rapport à la vitesse spécifique N_s . On oriente donc notre conception vers une topologie mixte. Notons que si la charge diminue, la topologie deviendra de plus en plus mixte. Plusieurs auteurs privilégient la topologie axiale, similaire à celle mixte. En effet, pour opérer à des basses pressions et des débits élevés, la pompe à flux continu la plus efficace est une pompe à flux axial [28, 47]. D'ailleurs, aucune autre pompe ne peut produire un tel débit à l'intérieur des mêmes contraintes géométriques (ratio élevé de rendement/volume) [60]. On observe aussi des rendements légèrement supérieurs pour les pompes axiales par rapport aux pompes centrifuges⁸ (tableau 1.4).

Un SAV à écoulement mixte ou axial semble donc le plus approprié pour notre application. On peut s'étonner des faibles rendements obtenus pour ces systèmes (SAV). En effet, une pompe industrielle a normalement des rendements de l'ordre de 80 à 90% (d'ailleurs le rendement maximum de la pompe considérée, selon le diagramme de Cordier, pour le point d'opération mentionné serait de 86.9%⁹). Ces faibles rendements sont principalement reliés à la taille de la machine: comme elle est très petite, les effets visqueux sont plus importants et la physique de la micro-circulation est différente. On en discute plus en détail à la section suivante, où l'on présente les caractéristiques des pompes axiales, qui sont similaires à celles des pompes mixtes.

⁸les indices du tableau 1.4 ont la signification suivante:

^m rendement maximum

^s rendement supposé

^t rendement estimé à partir d'un rendement moteur de 70% ($\eta_{hydraulique} = \eta_{total}/\eta_{moteur}$)

^{opt} rendement évalué au point de design

⁹pour un $N_s=1.62$ et $D_s=1.8$, on utilise la corrélation pour $D_s \leq 2.5$: $\eta_{t-c} = 0.149 + 0.625D_s - 0.125D_s^2$ [3]

Tableau 1.4: Rendements hydrauliques des SAV

SAV	η_h (%)
Centrifuges	
BioMedicus [68]	15% ^m
Nikkiso [68]	25% ^m
CIE3-Gyro [68]	25% ^m
PI601-Gyro [68]	30% ^m
Kyoto [69]	30% ^s
HeartMate III [66]	30% ^{opt}
Abiomed [67]	30% ^{opt}
Axiale	
Jarvik 2000 [42]	28% ^{m,t}
Japan-Sun Medical [58]	24% ^{m,opt}
Pitt StreamLiner [63]	30% ^{opt} (35% ^m)
Helmoltz Microaxiale [31]	40% ^m
Hemopump 21 [31]	25% ^m



Figure 1.7: Exemple de pompe axiale (prototype I de Cardianove Inc.)

1.3 Caractéristiques des pompes axiales

Dans une pompe axiale, l'écoulement est principalement parallèle à l'axe de la machine, c'est-à-dire qu'il ne possède que très peu de vitesse radiale. Par contre, la vitesse tangentielle (celle de rotation autour de l'axe) peut être appréciable. Une telle pompe comporte 3 éléments principaux: un stator d'entrée ou IGV ("Inlet Guide Vanes"), un rotor et un stator de sortie (figure 1.7). Quelques fois, il y a une quatrième composante qui suit le stator de sortie, un diffuseur.

1.3.1 Physique de l'écoulement

En se basant sur l'équation de Bernoulli (équation 1.4),

$$p + \frac{1}{2}\rho U^2 = \text{constante} \quad (1.4)$$

où p représente la pression et U la vitesse, le fonctionnement d'une pompe axiale peut être représenté graphiquement à la figure 1.8. Dans le stator d'entrée, le module de la vitesse augmente, celle-ci puise de l'énergie dans son "réservoir" de

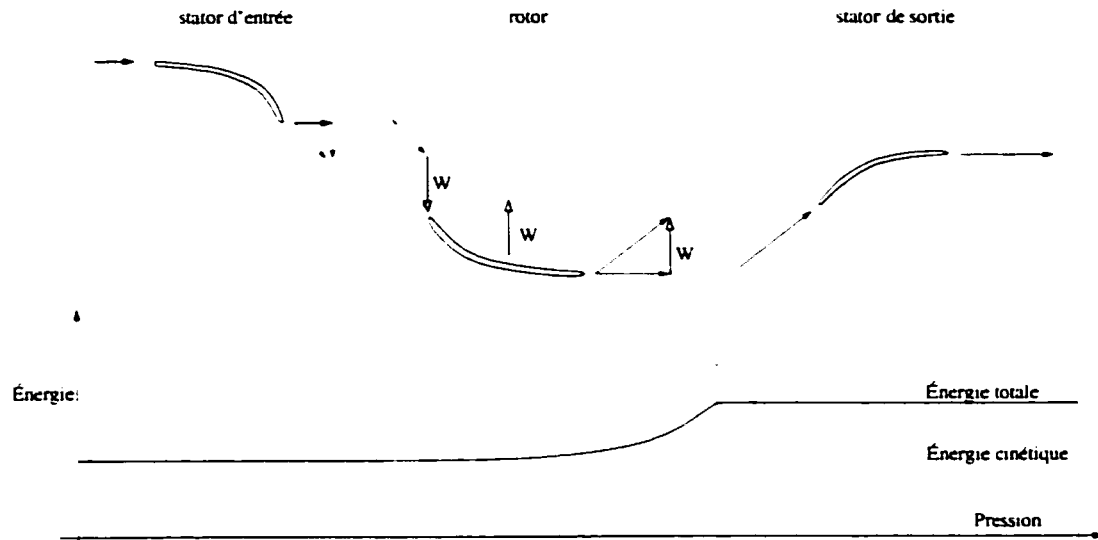


Figure 1.8: Schématisation de la transformation de l'énergie au sein d'une pompe axiale [6]

pression. Ensuite, dans le rotor, on observe un gain en terme d'énergie cinétique par rapport à l'entrée. Pour terminer, on reconvertit l'énergie cinétique en pression dans le stator de sortie.

Le stator d'entrée sert ainsi à donner une prérotation à l'écoulement, ou à le rendre axial, selon l'incidence du rotor. On peut dire qu'on passe d'une haute pression à une basse pression dans le stator d'entrée, son objectif est généralement d'accélérer l'écoulement.

Le rotor sert à fournir de l'énergie au fluide. En effet, il doit convertir le travail mécanique en gain de pression. Ceci se fait en tournant l'écoulement tangentielle-ment selon l'équation d'Euler des turbomachines. L'angle d'entrée du rotor (α_1) est orienté de telle façon à assurer l'entrée du fluide dans le rotor avec le minimum de collision. L'angle de sortie (α_2) est quant à lui responsable de l'énergie fluide

induite. Plus α^2 est grand, plus d'énergie cinétique est induite sous forme d'une augmentation de la vitesse circonférentielle. L'écoulement associé aux mouvements axial et de rotation le long des surfaces courbes mérite une attention particulière. La composante de rotation du mouvement soumet le fluide à une force centrifuge de façon à ce que si l'équilibre doit exister le long d'une ligne de courant, la force centrifuge doit être équilibrée par le gradient de pression normal à la ligne de courant (équilibre radial). En général, on suppose que l'écoulement dans une turbomachine axiale est bidimensionnel, dans le sens où les vitesses radiales n'existent pas [4]. Or, pour des géométries de ratio "moyeu/bout de pale" inférieur à 4/5 (ce qui est le cas pour des pompes de petite taille¹⁰), les vitesses radiales au travers d'une rangée de pales deviennent importantes. La redistribution du débit massique qui en résulte (par rapport au rayon) va sérieusement affecter le profil de vitesse de sortie (et donc l'orientation de l'écoulement).

Le stator de sortie transforme l'énergie cinétique en pression. Il convertit l'écoulement tangentiel en un écoulement axial. L'angle d'entrée du stator, assure aussi une entrée sans collision du fluide dans le stator. Le fluide quittant la pompe possède encore une certaine vitesse tangentielle, qui transmet un moment angulaire résiduel au vaisseau sanguin.

Au refoulement d'une pompe à écoulement axial, les pressions et vitesses sont plus élevées à la périphérie qu'au moyeu. Dans le diffuseur, une fraction de l'énergie cinétique est transformée en pression pour égaliser les pressions transversalement à la canalisation de refoulement.

¹⁰pour le Prototype I de Cardianove Inc., on a un ratio $3/6 < 4/5$!

1.3.2 Pertes

Les écoulements des turbomachines sont parmi les plus complexes de la mécanique des fluides. Généralement, ils sont tridimensionnels et on y rencontre des écoulements laminaires, de transition, turbulents et de séparation. Les régions visqueuses et turbulentes subissent des contraintes et des déformations complexes dues à la tridimensionnalité de l'écoulement, en plus d'un gradient de pression appréciable dans toutes les directions, de la rotation, de la déviation, des interactions choc/couche limite, du transfert de chaleur et des couches limites interagissant entre elles. L'écoulement est dominé par la vorticité, favorisant l'apparition de tourbillons secondaires, tourbillons de fuites, tourbillons de bord de fuite, tourbillons en fer à cheval et de tourbillons rampants [70].

Ainsi, plusieurs ph n mes physiques sont susceptibles de se produire à l'intérieur d'une pompe axiale (surtout dans des conditions hors design):

- la diffusion, qui occasionne le décrochage de la couche limite ("stall");
- une condition oscillante où la pompe recherche le point d'opération approprié ("surge");
- la cavitation (pressions négatives);
- des écoulements secondaires (tourbillons de passage et en forme de fer à cheval ("horseshoe"));
- la séparation de l'écoulement;
- la transition laminaire-turbulent.

Ces ph n mes sont discutés dans plusieurs livres de référence [3–5, 7, 8].

Cependant, ces phénomènes complexes génèrent des pertes qui affecteront à la baisse le rendement hydraulique. En effet, des pertes par dissipation se produisent au rotor et au stator dues à:

- l'incidence (différence entre l'angle de la pale et l'angle de l'écoulement);
- le fini de surface;
- la diffusion (tout ralentissement du fluide dans l'étage);
- le sillage au bord de fuite;
- des écoulements secondaires (couche limite en bout de pale, tourbillons de passage et en forme de fer à cheval);
- le dégagement en bout de pale (cet espace entre le bout de la pale et le carter est sujet à la séparation de la couche limite, due à la différence de pression intrados/extrados [71]);
- les pertes visqueuses;
- un pic d'accélération local;
- les discontinuités dues à l'épaisseur des pales;
- les anomalies d'écoulement (aires stagnantes, séparation [61]);
- les pertes de friction mécanique dues aux roulements et aux joints d'étanchéité;
- les pertes dues à la friction du disque au rotor;
- les fuites du fluide. [56].

Dans le cas du stator, il y a augmentation de l'épaisseur de la couche limite le long des surfaces des pales, qui est due à l'absence de la composante de force centrifuge. Cela peut mener à une séparation de l'écoulement lorsque le gradient de pression devient positif le long du canal.

En général, les pertes internes provoquent une augmentation de l'épaisseur de la couche limite (effets visqueux) et l'apparition d'écoulements secondaires. Il faudra donc tenir compte de ces phénomènes lors du design de la pompe.

1.4 Trauma sanguin

Un facteur important dans le design de SAV, est la nature du fluide actif dans la pompe. Le sang est un fluide vivant, composé de particules globulaires en suspension dans une solution aqueuse, le plasma [72]. Ces particules sont les globules rouges (erythrocytes), les globules blancs (leucocytes) et les plaquettes (thrombocytes). Les globules rouges sont de loin les plus nombreux et leurs propriétés mécaniques dominent celles du sang. Malheureusement, les pompes rotatives génèrent un trauma sanguin, sous forme d'hémolyse ou de formation de thrombus, qui s'aggrave de façon incrémentale lorsque le chargement en pression augmente [48]. Les forces de cisaillement abiment la paroi cellulaire des globules rouges et des plaquettes. Le degré de dommage dépend de l'historique de la cellule (dommage antérieur) et du temps de résidence à l'intérieur des régions de fort cisaillement. Les contraintes normales (pression) semblent jouer un rôle secondaire [73]. L'hémolyse représente ainsi le dommage causé aux globules rouges dû à l'interaction mécanique entre la pompe et le sang. Des niveaux de cisaillement élevés¹¹ constituent les causes premières d'hémolyse (des réactions chimiques entre les matériaux de la pompe et le sang peuvent aussi causer la destruction d'erythrocytes). Ces dommages mènent à la libération d'hémoglobine (Hb) dans le plasma sanguin. Ceci occasionne deux problèmes: une possible diminution dans la capacité du sang à transporter l'oxygène et une toxicité due aux niveaux élevés

¹¹des niveaux de cisaillement $\tau \leq 150$ Pa sont considérés comme peu dommageables [47]

de Hb dans le plasma. Si la destruction des globules rouges excède un seuil critique, alors il commence à se produire une anémie et une toxicité Hb. Pour une personne en santé, le niveau d'hémoglobine libre plasmatique acceptable est de 14g par jour [47]. En général, les régions de cisaillement élevé sont associées aux parois, puisqu'on y anticipe de forts gradients de vitesse.

La thrombogenèse est la formation de caillots de sang dans la pompe qui peuvent nuire au fonctionnement de celle-ci par des arrêts soudains (grippage), il en résulte une augmentation d'hémolyse ou un blocage possible du système de circulation corporel. Le sang tend à s'agglutiner lors de contacts avec toute substance étrangère présente dans l'écoulement. Une autre possibilité de thrombus apparaît dans les aires stagnantes dans lesquelles le sang s'accumule et a tendance à coaguler. Les plaquettes, lorsqu'elles sont endommagées, initient la formation de thrombus par une cascade de réactions biochimiques activée par 2 facteurs:

- l'interaction sang-surfaces artificielles-écoulement (triade de coagulation de Virchow [63]);
- l'hémolyse induite par les contraintes de cisaillement élevées.

Lorsqu'elles sont endommagées, ces plaquettes libèrent du lactate déshydrogénase (LDH) qui initie la cascade de coagulation générant un agrégat de fibrine, plaquettes, erythrocytes... Ces agglomérats sanguins peuvent adhérer aux surfaces de la pompe et nuire à son fonctionnement [47]. Le design d'une pompe doit donc être antithrombogénique, pour qu'elle puisse fonctionner pendant de longues périodes dans le système circulatoire.

Tous ces phénomènes complexes tridimensionnels combinés aux effets visqueux importants éliminent d'emblée les théories simples de design. L'approche tradi-

tionnelle de design est donc moins appropriée et nous oblige à développer une méthodologie de design améliorée, présentée au chapitre 2.

CHAPITRE 2

MÉTHODOLOGIE DE DESIGN DES TURBOMACHINES

La méthodologie de design des turbomachines est demeurée sensiblement la même depuis des années. En effet, à partir de résultats répertoriés dans les livres de référence, résultats provenant d'essais en laboratoire: on construit la nouvelle turbomachine en suivant les règles de similitude et en ajustant les nouvelles caractéristiques selon les règles de l'art. Les modèles expérimentaux répertoriés sont généralement de grande taille et la caractérisation du nouveau prototype à l'aide des lois de similitudes laisse à désirer lorsque la taille de la nouvelle machine est beaucoup plus petite.

Depuis peu, l'utilisation de l'informatique comme nouvel outil de calcul dans le design commence à modifier les méthodologies de design via le développement de modèles plus exhaustifs, l'accumulation d'expérience sous forme de bibliothèques informatiques ainsi qu'une plus grande accessibilité à cette expérience répertoriée. Depuis les années 80, on remarque une utilisation grandissante de la mécanique des fluides assistée par ordinateur ou CFD ("Computational Fluid Dynamic") dans la conception des turbomachines. Ce chapitre présente les méthodologies de design, incorporant des outils informatiques de pointe, outils qui permettent le développement d'une nouvelle approche de design, mieux adaptée pour les turbomachines de petites tailles.

2.1 Approche traditionnelle générale

D'une façon générale la méthodologie de design des turbomachines est une approche empirique [74, 75] basée sur des corrélations provenant de caractéristiques détaillées de nombreux modèles de turbomachines. Ces caractéristiques sont obtenues à partir d'essais en laboratoire, et les paramètres du nouveau prototype sont calculés en partie à l'aide des lois de similitude. Le prototype résultant est ensuite étudié exhaustivement grâce à des techniques de visualisation, telles les méthodes de traceur de particule (laser), de traceur optique (peinture) ou "flowthreads". Il en résulte une base de données volumineuse fiable, mais qui cependant ne donne aucune information sur l'écoulement interne, sans compter que son interprétation dépend souvent de l'expertise du concepteur. Cette approche empirique demeure toujours valide, mais surtout au niveau du prédimensionnement initial de la nouvelle turbomachine. Maintenant, on a accès à des outils informatiques qui d'une part regroupent les connaissances empiriques de ce domaine en un ou plusieurs modèles quasi-1D et quasi-3D, et qui d'autre part, grâce à la simulation numérique (CFD), améliorent significativement notre compréhension des phénomènes internes complexes associés aux turbomachines. Toutefois, la CFD ne remplace pas la procédure de design traditionnelle mais sert plutôt à l'accélérer. En fait, on se fie encore beaucoup sur l'expérimentation [71, 76], ainsi que sur les techniques de visualisation de l'écoulement lors du design de nouvelles turbomachines.

Au demeurant, la CFD joue un rôle de plus en plus reconnu dans l'analyse et la conception de turbomachines [70, 77–82]. Les simulations numériques offrent une approche systématique au design et au processus de développement, permettant des configurations nouvelles et optimales tout en réduisant le travail expérimental au minimum [80]. Elles jouent un rôle tant au niveau de l'optimisation de la per-

formance de la machine, qu'au re-design de ses composantes. Notons que Lakshminarayana [70] présente une excellente revue des diverses techniques de simulations numériques appropriées aux turbomachines. Plusieurs logiciels commerciaux de CFD sont utilisés dans le domaine des turbomachines tels Fluent, BTOB3D Dawes, CFX-TASCflow, CFD-ACE ainsi que plusieurs codes académiques. L'approche recommandée par CFX dans le design d'une pompe est de résoudre une composante à la fois. Cette approche de modélisation est pénible (lourde), et quelques fois inappropriée lorsque les interactions rotor-stator sont importantes. Il existe des modèles tenant compte de ces interactions, des modèles à référentiels multiples (MFR, "Multiple Frame of Reference"), qui permettent de résoudre l'écoulement simultanément dans ces deux éléments (rotor et stator).

Le potentiel de la CFD se manifeste donc par une amélioration des habiletés prédictives, un raccourcissement du cycle de design, un complément aux tests en laboratoire, une contribution additionnelle d'information et une compréhension de la physique de l'écoulement autrement inaccessible.

2.1.1 Application aux pompes cardiaques

Le processus de design conventionnel utilisé dans le développement de pompes cardiaques repose traditionnellement sur des analyses paramétriques empiriques 1D ainsi que des méthodes dites d'"essais et erreurs". Or ces analyses 1D ne donnent pas assez de détails sur la mécanique des fluides nécessaire à la compréhension du micro-écoulement [63]. Les méthodes d'analyse traditionnelles (théorie d'Euler des pompes), donnent seulement une idée partielle de l'influence des paramètres, sans présager de leur influence sur le fluide actif (sang) [62].

Les méthodes de vérification et d'optimisation du design que privilégient les con-

cepteurs actuels de pompes cardiaques demeurent des techniques de visualisation [34–37, 53, 61, 64, 65, 73, 83–90], qui ne donnent lieu qu'à des améliorations qualitatives de l'écoulement. Dans le cas d'une pompe cardiaque, il doit souvent y avoir mise à l'échelle du prototype (de 3 à 10 fois plus grand), afin de pouvoir appliquer ces techniques de visualisation. Suite à l'analyse de l'écoulement dans ces "macro-modèles", on peut alors procéder à une optimisation du design. Or, Sieb et al [61] ont observé que la mise à l'échelle du prototype pour fin d'optimisation (modèle 10:1) ne donne pas l'information nécessaire à l'amélioration du rendement hydraulique. En effet, seule la visualisation de l'écoulement dans le modèle 1:1, à l'aide d'une technique de visualisation spécialement conçue pour eux [61], a permis l'identification des ajustements du design à faire afin d'atteindre le rendement hydraulique prévu au point de design. Les techniques de visualisation dans les "macro-modèles" n'offrent donc pas une compréhension adéquate des complexités du micro-écoulement. La re-conception des pompes ou même le développement de nouveaux appareils pour des applications semblables nécessite donc la répétition du processus empirique. En plus de son coût et de son inefficacité, cette approche ne peut garantir l'obtention du meilleur design final possible. La simulation numérique offre alors la possibilité de faciliter ce processus de design. Elle donne un aperçu de la physique de l'écoulement complexe associé à différents designs et facilite ainsi des analyses paramétriques rapides de variations des géométries et des critères de performance. Ce processus constitue une façon plus rapide d'évaluer la performance de divers designs et évite le besoin de fabriquer et de tester chaque prototype correspondant aux designs intermédiaires, un processus onéreux. Jusqu'à présent, dans le design de pompes cardiaques, la CFD a été utilisée comme outil de comparaison et de validation des résultats obtenus par les techniques de visualisation [22, 33–36, 38, 50, 91, 92]. La nouvelle tendance [62, 63, 93] utilise de plus en plus la CFD au niveau de l'optimisation des designs lors de la recherche d'un

optimal. Cette approche s'inscrit dans le courant actuel du prototypage virtuel.

Notre méthodologie de design utilise les analyses CFD du micro-écoulement 3D en favorisant le remplacement de l'approche courante en ingénierie dite d'"essais et erreurs", par un processus de design découlant d'une compréhension détaillée de la physique de l'écoulement.

2.1.2 Optimisation

D'un point de vue général, le design de turbomachine consiste en un processus d'optimisation menant à l'atteinte d'objectifs de design. Ces objectifs sont variés mais visent généralement une amélioration de la performance de la machine, par des ajustements plutôt locaux au niveau des géométries des profils des pales, de la même manière qu'en aérodynamique. Les méthodes d'optimisation typiques sont des méthodes utilisant des formules empiriques (où on vise un minimum ou un maximum) ou des procédures modifiant la forme 2D des pales, par exemple:

1. formules empiriques [75, 91, 94, 95];
2. méthodes de gradient [62, 63, 79, 96, 97];
3. algorithmes génétiques (réseaux neuronaux, "artificial neuronal network") [79, 98–108];

Ainsi, les procédures les plus répandues modifient localement le design. Quelques modèles empiriques optimisent une fonction représentant la performance de la machine pour en modifier la forme. La tendance actuelle génère une boucle d'optimisation où suite à une simulation numérique, on évalue des quantités-cibles, puis on modifie la géométrie en fonction de ces dernières et on recommence jusqu'à l'atteinte

d'un critère d'arrêt. En effet, les algorithmes d'optimisation classiques sont capables, sous l'hypothèse stricte de continuité et de dérivabilité, de trouver une valeur optimale à un seul objectif.

D'autre part, on peut avoir recours à des techniques d'optimisation probabilistes utilisées pour examiner un large espace discret de configurations, de façon à trouver une "bonne solution" possiblement près de l'optimum global (voir Poloni et Pediroda [106]). La MDO ("multidisciplinary optimisation") est aussi utilisée; elle consiste en une méthodologie pour le design de systèmes dans lesquels de fortes interactions entre les disciplines incitent le concepteur à manipuler simultanément des variables dans plusieurs disciplines. Ainsi, peu ou pas d'auteurs ont choisi d'optimiser leur turbomachine d'une façon globale. Et aucun auteur, à notre connaissance, n'optimise plusieurs paramètres géométriques (facteurs) en fonction de plusieurs objectifs de design (variables de réponse) sur une géométrie 3D, suite à une analyse de l'écoulement 3D.

On recherche ainsi une approche globale tenant compte des interactions possibles entre les différentes variables, plutôt qu'un optimum local. C'est une approche plus générale avec des outils simples d'utilisation qui a été imaginée. Or, l'outil qui permet l'étude des effets d'interactions entre les paramètres géométriques est une technique statistique appelée planification statistique d'expériences ou design d'expériences [109, 110].

Backhouse et al [111] comparent les méthodes d'optimisation de design d'expériences et d'algorithmes génétiques. En général, un algorithme génétique combiné aux réseaux neuronaux trouvera toujours une solution, et convergera plus rapidement si la population initiale contient un membre d'une grande affinité. Le design d'expériences est une approche qui donne plus d'information au sujet du procé-

dé lui-même, par exemple les interactions entre les facteurs expérimentaux et les régions où les mauvais/bons résultats se produisent; tandis que l'algorithme génétique ira seulement chercher l'optimum sans donner beaucoup d'information sur le procédé. Il existe des logiciels commerciaux pour les deux approches, mais il est possible d'utiliser le design d'expériences sans ordinateur. Si l'intention est purement d'optimiser alors l'algorithme génétique trouvera une solution optimale. Par contre, si l'intention est de modéliser et/ou de développer une compréhension, surtout pour des buts de R&D, alors le design d'expériences offre de meilleures solutions, particulièrement parce qu'elles peuvent être utilisées pour obtenir de l'information sur la variabilité du procédé. On présente cette technique à la section suivante 2.2.

2.2 Planification statistique d'expériences

Avant de présenter la nouvelle approche, on doit d'abord expliquer une technique implicite à celle-ci. La planification statistique d'expériences ou DOE (pour "Design of experiments") est un terme général qui réfère à une des nombreuses méthodes formelles disponibles pour définir les valeurs d'un paramètre dans un ensemble d'expériences. Elle consiste en un ensemble d'outils ou méthodes statistiques appliquées au procédé d'expérimentation [109]. Son objectif est l'optimisation d'un système et l'interrogation des effets des paramètres de design sur le système. On utilise la planification statistique d'expériences lors de la conception afin de bénéficier de ses caractéristiques d'optimisation et de compréhension du procédé.

La technique de planification statistique d'expériences origine des travaux en agriculture de Sir R.A. Fisher¹ [111]. Dans les années 20, Fisher démontre qu'un

¹Fisher, R.A. (1966), Design of Experiments, Oliver & Boyd, Edinburg

ensemble d'expériences, dit factoriel complet, peut être réduit à un ensemble plus petit mais statistiquement significatif en utilisant un ensemble factoriel fractionnaire [112, 113] (méthodes traditionnelles). Sa méthode d'expérimentation dans l'amélioration de la production des récoltes constitue un substitut direct à l'approche classique de variation d'un facteur à la fois [114]. L'approche classique consiste à maintenir toutes les variables constantes, tandis qu'une variable varie selon un arrangement prédéterminé. Son succès dépend de l'expertise, de l'intuition et de beaucoup de chance de l'expérimentateur. Il n'y a aucune manière de calculer à l'avance combien d'essais seront nécessaires. Il est aussi impossible d'estimer l'effet de chaque variable avec la même précision et d'isoler les effets d'interaction. Il en résulte un gaspillage de ressources et des coûts inutiles sans obtenir l'information recherchée [109]. Effectivement, Fisher a démontré que cette approche de varier un facteur à la fois ne procure pas l'information sur la position de l'optimum dans les nombreux cas où il y a présence d'interactions entre les facteurs. L'idée de base fut de créer un petit ensemble d'expériences dans lequel tous les facteurs pertinents sont variés systématiquement. L'analyse subséquente des données expérimentales résultantes permet d'identifier les conditions optimales, les facteurs qui influencent le plus (ou le moins) les résultats et la présence d'interactions. Un des aspects important du DOE est qu'il offre une structure stricte mathématique pour modifier simultanément tous les facteurs pertinents et cela par un petit nombre d'expériences.

Après la seconde guerre mondiale, les statisticiens anglais exportent leur technique en Amérique du Nord, surtout pour l'appliquer à l'industrie chimique. Taguchi, Box et Hunter ont adapté les idées de Fisher en des techniques de construction de modèles empiriques et mécanistiques avec l'utilisation des designs factoriels et

(maintenant Longman, Harlow)

fractionnaires [112]. Au début des années 70, le japonais Genichi Taguchi propose ses propres modifications (méthodes de Taguchi) de façon à rendre ces puissants outils plus accessibles aux non-statisticiens [111]. Tay et Butler [112] présentent une excellente comparaison des 2 méthodes: traditionnelle et Taguchi.

Ces dix dernières années, la planification statistique d'expériences a été utilisée pour l'amélioration de la qualité des procédés de production et services [114]. En effet, dans plusieurs industries, il était courant de mesurer les caractéristiques de qualité seulement à la fin du procédé, sur le produit final plutôt que lors du procédé [115]. Cela se traduisait par une tendance réactive plutôt que proactive à la résolution des problèmes [116]. On cherche maintenant à raffiner et améliorer la qualité à la fois du produit et du procédé à l'aide de la planification statistique d'expériences. Une description plus détaillée de la planification statistique d'expériences fait l'objet de la prochaine section 2.2.1.

2.2.1 Description générale du DOE

Les conditions frontières et les phénomènes physiques de plusieurs procédés sont tellement complexes, qu'il est difficile d'obtenir des modèles analytiques et numériques satisfaisants. Ainsi l'expérience est nécessaire pour définir le comportement d'un système et/ou procédé. On peut donc définir [112] le design d'expériences comme des essais systématiques, présentés sous forme de matrice ou plan d'expériences, permettant la construction de théories qui corrélient des groupes de nombreux faits observés à travers les changements recherchés des intrants (facteurs) d'un procédé de façon à observer les variations correspondantes aux extrants (réponses) (illustré à la figure 2.1). Le design d'expériences est une approche scientifique qui permet au chercheur de mieux comprendre un procédé et de déterminer

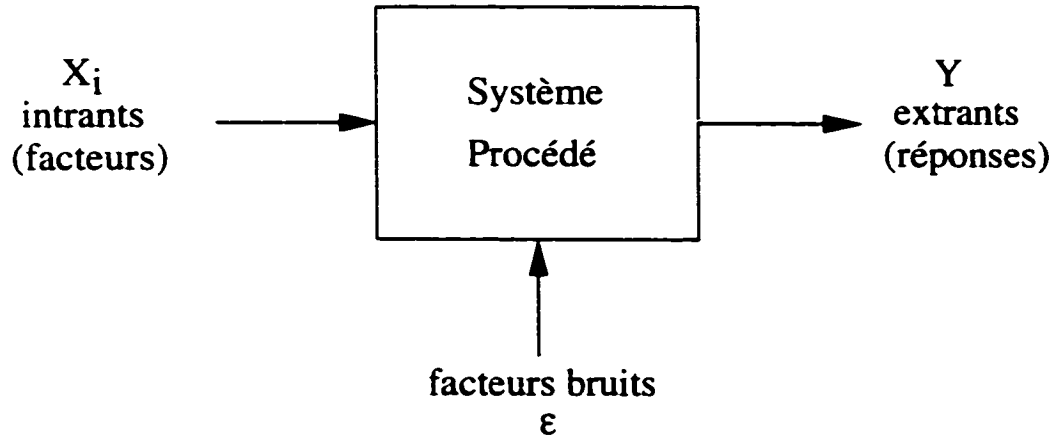


Figure 2.1: Schématisation du principe de planification d'expériences

comment les intrants affectent les réponses [112]. Une fois les relations cause-à-effet connues, des manipulations judicieuses des intrants sont possibles pour améliorer les caractéristiques des réponses [113]. Cette démarche augmente de façon notable le niveau de connaissance et de compréhension d'un procédé. Il n'existe aucune autre meilleure méthode d'expérimentation conduisant à ce niveau de connaissance. De plus, la méthode de planification statistique obtient cette information avec le minimum d'essais [109].

En résumé, le but d'un design d'expériences est d'obtenir le meilleur ensemble de facteurs variables sans test exhaustif [117], tout en permettant de faire une analyse empirique du système de façon optimale [118]. Les expériences planifiées statistiquement sont plus efficaces que les méthodes "un facteur à la fois" parce qu'elles tiennent compte des facteurs multiples simultanément et peuvent détecter les interactions potentielles [119].

2.2.1.1 Avantages et bénéfices de la planification statistique

Un grand avantage du DOE [120] est qu'il vise une analyse rigoureuse d'un procédé spécifique et produit un profil de contrôle optimal taillé pour ce procédé. C'est aussi son désavantage, dans le sens où le DOE ne représente pas une panacée à l'ensemble des procédés. En effet, les résultats d'un DOE sont spécifiques à un procédé, les usagers doivent alors être prudents lorsqu'ils tentent de généraliser la prise de décision qui affectera les autres procédés. Ainsi, la planification statistique d'expériences est une activité de design spécifique, qui ne peut être généralisée à toutes les situations [113].

Voici quelques avantages associés à la planification statistique d'expériences:

1. Un examen d'un grand nombre de variables de contrôles qui agissent sur un procédé et la détermination de celles qui ont un effet important sur la variable de réponse; les plans de tamisage sont employés lors de cette étape [109].
2. Une optimisation simultanée de plusieurs facteurs peut être réalisée, améliorant la connaissance de leur effet simultané sur les variables de réponses et permettant une compréhension des relations entre les facteurs intrants, les réponses et les effets d'interaction entre les divers paramètres, avec seulement une petite quantité de données expérimentales [112].
3. Une collection des données et une prise de décision rapide, due au nombre d'observations nécessaires pour tirer une conclusion peut être minimisé, ce qui réduit les coûts associés à l'étude tout en permettant de détecter et de déterminer les interactions entre les variables [112].
4. Une construction d'un modèle mathématique reliant la réponse aux facteurs, avec un nombre restreint d'essais, est souvent appelé caractérisation

ou modélisation du procédé/produit; les plans de surface de réponse ou d'optimisation sont alors utilisés [109]. Ce modèle peut être utilisé pour déterminer et quantifier les modalités des facteurs qui optimisent la réponse. Les erreurs expérimentales peuvent être estimées et des conclusions peuvent être tirées en utilisant la connaissance nouvellement acquise [112].

Découlant de ces avantages, les bénéfices [109,116] favorisant l'utilisation de cette technique dans une méthodologie de design de turbomachines résultent de la réduction du temps de conception et de développement des produits/procédés ainsi qu'une minimisation du coût de l'expérimentation par la réduction considérable du nombre des essais. En effet, lorsque l'on doit concevoir un prototype en des délais restreints, il est essentiel de pouvoir générer un design de qualité en très peu de temps. Une planification statistique d'expériences bien menée nécessite le suivi d'une procédure adéquate, qui est présentée à la section suivante.

2.2.2 Procédure d'un DOE

La procédure associée au DOE consiste à la sélection d'un plan d'expériences basé sur le nombre de facteurs et de réponses considérés, à la réalisation des expériences puis à l'analyse des résultats. À chaque facteur est assigné un nombre de niveaux (modalités) auquel il sera testé (2 ou 3 modalités sont normalement utilisées dans une expérience initiale). Le design ou plan utilisé constitue un ensemble (plus correctement appelé un ensemble orthogonal à cause de ses propriétés mathématiques) ou matrice d'expériences qui prescrit une série d'essais à accomplir. Ces essais sont une combinaison des variables des facteurs à chaque modalité qu'ils occupent [111].

En général, tel que mentionné lors de l'énumération des avantages associés au DOE,

on procède par trois grandes étapes [120]:

1. Le tamisage où on examine le procédé en entier et on détermine quelles variables sont les plus influentes en évaluant l'importance de leur impact sur le résultat du système. Le but est de sélectionner les variables-clés à être analysées en détail et utilisées pour optimiser le procédé.
2. La modélisation où on modélise le système en variant les variables sélectionnées à plusieurs modalités. Par rapport au tamisage, on peut tester plus de 2 modalités pour détecter la non-linéarité et les interactions. Cette interrogation active des variables sélectionnées est un principe de base du DOE, qui le situe à part des simples observations empiriques d'un procédé. Dans le DOE, les conditions affectant un procédé sont consciemment poussées le long du domaine entier des plages des valeurs et quelques fois à l'extérieur de la région qui serait normalement considérée acceptable pour la production. Ceci permet au chercheur de créer une image beaucoup plus complexe de la façon dont chaque variable-clé influence le procédé et de la façon dont les variables multiples s'interrelient pour influencer la réponse du procédé.
3. L'optimisation associe les données DOE à celles de modélisation afin d'identifier une plage robuste ou optimale d'opération. Son objectif est d'élargir la région de performance acceptable ou de déterminer une combinaison de paramètres produisant une réponse optimale en utilisant, par exemple, la méthode de surfaces de réponse.

Il existe une quatrième étape reliée à la robustesse [113], où le plan d'expériences est choisi en fonction de la réduction des variations et de la simulation du bruit du procédé, afin d'obtenir une réponse consistante. Cette étape est associée aux méthodes de Taguchi, qui ne sont pas utilisées dans cette étude.

La procédure détaillée d'un DOE comporte donc les huit étapes suivantes [109,116, 119]:

1. Définition de l'objectif de l'expérience.
2. Sélection des réponses ou extrants, pour évaluer le progrès dans l'atteinte des objectifs.
3. Sélection des variables du procédé ou intrants, facteurs de bruit et les interactions parmi les variables d'intérêt du procédé.
4. Détermination des niveaux/modalités des facteurs intrants et leur plage d'intérêt.
5. Choix d'un plan expérimental approprié.
6. Planification des expériences.
7. Exécution des expériences.
8. Analyse et interprétation des données expérimentales.

Le facteur bruit correspond aux variables qui ne peuvent être contrôlées lors de l'expérience. La présence de variabilité non-contrôlée (bruit) contribue donc à augmenter la variance de la variable de réponse (Y) [109]. Cette augmentation de la variance affecte les résultats des analyses statistiques (au niveau des tests de signification): car les effets réels et significatifs des paramètres contrôlés peuvent ne pas être détectés. On identifie quelques sources de variabilité excessive comme étant le processus de mesurage, les conditions au moment de la prise des observations (variations dans le temps ou autres facteurs secondaires) et le manque d'homogénéité des unités expérimentales. Pour contrôler (diminuer) cette variabilité excessive,

l'expérimentation peut faire appel aux 4 principes statistiques suivants: randomisation des essais, réplication des essais, équilibrage et blocage. Le détail de ces principes est présenté dans Clément [109].

La première étape de la procédure correspond à l'objectif de design, soit dans notre application, une pompe ayant un point de design de 5 l/min contre 100 mmHg. La sélection des intrants et des extrants se fait grâce à l'expertise de l'expérimentateur dans son domaine d'application afin de favoriser l'atteinte des objectifs. Le choix du plan d'expériences et l'analyse des données sont discutés plus en détails dans les deux prochaines sections.

2.2.2.1 Plans ou designs d'expériences

Le choix d'un plan d'expériences dépend du nombre de degré de liberté associé aux effets principaux et d'interactions, ainsi qu'aux contraintes de coût et de temps. Ici les degrés de liberté représentent le nombre de comparaisons indépendantes qui peuvent être faites d'un ensemble d'observations, ils correspondent au nombre de modalités moins un ($m-1$). Le nombre de degrés de liberté associé à une interaction est le produit du nombre de degrés de liberté associé à chaque effet principal impliqué dans l'interaction [116]. Ainsi, le critère à rencontrer pour un plan d'expériences adéquat correspond au nombre d'essais requis qui soit supérieur au nombre de degrés de liberté associés aux effets principaux et aux effets d'interaction que l'on désire étudier [116]. Ainsi, si on a 4 facteurs (A, B, C, D) à 2 modalités et que l'on désire estimer leurs effets principaux ainsi que 4 effets d'interaction simples (AB, BC, CD, AD), on comptera alors $(1 \text{ ddl} \times 4 + 1 \text{ ddl} \times 1 \text{ ddl} \times 4)$ 8 degrés de liberté au total à estimer par au moins 9 essais.

Plusieurs plans sont disponibles et correspondent à une application bien précise.

Les plans les plus simples sont associés aux expériences factorielles qui consistent en des expériences où on varie tous les facteurs à leur modalité respective simultanément, donnant lieu à un plan complet ou fractionnaire [116]. Le plan factoriel complet conduit en général à un trop grand nombre d'essais: c'est trop long, trop cher et cela fournit des informations qui dépassent de beaucoup les objectifs de la très grande majorité des projets [109]. En effet, on calcule le nombre d'essais d'un factoriel complet de la façon suivante:

$$E = m^f \quad (2.1)$$

où

E : nombre d'essais

m : nombre commun de modalités de chaque facteur

f : nombre de facteurs de contrôle (paramètres, variables, intrants)

Ainsi, 7 facteurs à 2 modalités par exemple, nécessiteraient un plan factoriel complet de $2^7 = 128$ essais. Des plans factoriels complets sont envisageables lorsque l'on a 5 facteurs ou moins, à 2 modalités pour chaque facteur. Sinon, il faut employer des plans fractionnaires dont le nombre d'essais est généralement de 8, 16 ou 32 selon le nombre de facteurs [109].

Le problème fondamental d'un plan fractionnaire relève du fait que les effets principaux et d'interactions à 2 facteurs sont confondus. Il n'est alors pas possible d'obtenir un estimé indépendant des effets de tous les paramètres; un fait important dont il faut tenir compte lors de l'utilisation d'un tel design.

Lorsque le choix d'un plan d'expériences est arrêté et que l'expérimentation en tant que telle a eu lieu, il faut analyser les données obtenues. La prochaine section discute des analyses possibles.

2.2.2.2 Analyse des données expérimentales

L'analyse, on s'en doute, fait appel à des techniques statistiques. L'annexe I présente quelques notions de statistiques à titre de rappel. En général, on procède de la façon suivante, par [114, 116]:

1. Le calcul des effets principaux. L'effet d'un paramètre principal/interaction correspond à la moyenne de la différence des réponses à basse et haute modalité.
2. Le calcul des effets d'interaction.
3. L'illustration des résultats. Dans les graphes d'interaction, des lignes non parallèles (si 2 modalités) indiquent l'existence d'interaction parmi les paramètres; tandis que des lignes parallèles démontrent le contraire. Les graphes des effets principaux et d'interactions n'identifient pas qui des effets principaux et/ou d'interactions sont statistiquement significatifs. On utilise alors des graphes de probabilité, où le facteur "p" correspond au niveau de signification. Lundstedt et al [121] suggèrent un graphe de distribution normale où lorsqu'un effet possède une grande déviation de la distribution normale, cela décrira probablement autre chose que le bruit expérimental. Les principales méthodes d'analyse de données sont [109] l'analyse des moyennes (Anom), l'analyse de la variance (Anova), l'analyse de régression, les tests d'hypothèse (t, F), les graphes des effets sur échelle gaussienne ou demi-gaussienne, les diagrammes de la variable de réponse en fonction des facteurs critiques et les diagrammes d'écoulement des sommes de carrés (Pareto). On en détermine les termes significatifs, les facteurs actifs et inertes. Il y a des termes qui peuvent être significatifs à 5% et qui peuvent ne pas être retenus dans un

modèle. Ils ajoutent alors peu de pouvoir explicatif au modèle. Cela illustre le fait que le test d'hypothèse n'est pas le seul critère à utiliser pour modéliser. Le raffinement du modèle se fait par l'exclusion des facteurs qui sont trouvés non significatifs dans les graphes de coefficients. Le retrait de facteurs non significatifs devra toujours se faire un à la fois, puisque le retrait d'un facteur peut influencer l'intervalle de confiance des facteurs restants.

4. La détermination du réglage optimal des paramètres de contrôle. Basse ou haute modalité en fonction des tables d'effets.
5. La vérification du modèle ajusté en utilisant un graphe de probabilité des résidus normalisés. S'il est satisfaisant, les résidus tombent sur une ligne droite et sont centrés approximativement à zéro.

Suite à l'analyse des données, on retire une certaine compréhension du procédé étudié. Il sera alors peut-être nécessaire de refaire un second plan d'expériences suite à une information incomplète ou à un espace de solutions exploré insuffisant. Puis, on pourra modéliser le procédé afin de l'optimiser en fonction des objectifs de designs. La section suivante présente la méthode d'optimisation préconisée dans cette recherche.

2.2.3 Optimisation en design d'expériences

En pratique, le problème est essentiellement d'identifier la "meilleure" combinaison de facteurs pour obtenir des valeurs désirables de réponses. Dans l'industrie, on distingue l'optimisation de la robustesse du procédé. En optimisation, "meilleur" signifie que les réponses sont le plus près possible d'une valeur-cible (maximum, minimum ou nominal). Tandis qu'en robustesse, "meilleur" signifie qu'à ces valeurs

des facteurs, les réponses sont affectées le moins possible par les perturbations du bruit. La détermination de ces “meilleures” combinaisons de paramètres peut être difficile surtout quand plusieurs réponses sont prises simultanément en considération [118]. C’est donc l’approche “optimisation” qui nous intéresse, plutôt que la robustesse.

En d’autres mots, l’objectif d’une optimisation est de découvrir les conditions qui produisent le meilleur extrant (réponse). Cette tâche est réalisée en analysant l’influence d’un facteur à la fois sur une réponse expérimentale (approche classique). Rappelons le plus grand désavantage de ce genre d’optimisation qui est la contrainte de temps (trop long) et le risque de mauvaises interprétations des résultats s’il y a présence d’importantes interactions entre les facteurs.

On doit faire le choix d’un plan d’expériences adapté à l’objectif d’optimisation. Il existe alors des plans séquentiels, utilisés lorsque l’expérimentateur a une connaissance limitée de l’endroit où se situe le point de départ expérimental de la région d’optimum; ces designs sont utiles pour obtenir une direction et guider les futures expériences (ex. design simplex, design de la pente la plus prononcée “steepest ascent”, design évolutif). Les désavantages associés à ces méthodes sont que l’optimum est confiné à un point local au lieu d’une région globale, que souvent un grand nombre d’expériences est requis, que l’information de réplicats n’est pas obtenue, qu’il n’y a pas d’information sur la confiance qu’on a dans le modèle et qu’il est possible de manquer complètement l’optimum. D’autre part, il existe ce qu’on appelle des plans simultanés. Ceux-ci permettent d’enregistrer une ou plusieurs réponses expérimentales pour un ensemble d’essais réalisés systématiquement de manière à prédire l’optimum et les effets d’interaction en utilisant une analyse de régression [121].

Les designs factoriels à 2 modalités sont adéquats dans l'estimation des effets du premier ordre et de leurs interactions mais échouent pour les effets additionnels, comme des effets significatifs du second ordre. Pour l'optimisation, quelques effets du second ordre sont nécessaires [122], ainsi la fonction polynomiale aura des termes quadratiques (ex. designs de Doehlert, design Box-Behnken, design central-composites).

En utilisant une régression linéaire ou non-linéaire, on peut construire un modèle représentant la relation entre les facteurs variables et les réponses. Le modèle peut alors être utilisé comme un prédicteur pour anticiper la réponse des facteurs variables entre les niveaux mesurés [117]. On utilise la méthode de surfaces de réponses pour déterminer un optimum, tel que présenté à la section qui suit.

2.2.3.1 Méthodologie de surfaces de réponses

La méthode de surface de réponse a pour but de développer un modèle qui décrit une courbe ou surface continue, reliant les données mesurées prises à des endroits stratégiquement importants dans la fenêtre expérimentale. Cette surface représente la prédiction des réponses pour non seulement les points où les données sont recueillies mais aussi pour tous les autres points de la région expérimentale. Un exemple de surface de réponse obtenue en fonction de 2 facteurs est illustré à la figure 2.2. L'optimum de cette surface y est bien visible. Cette méthode permet de visualiser la validité statistique du modèle au travers des limites sur les prédictions. Elle utilise des modèles simples de polynômes pour développer un savoir prédictif précis sur le procédé. Grâce à une analyse par régression - ajustement moindre carrés - on peut établir le modèle du système, tester sa validité et l'analyser.

L'incertitude sur une réponse dépend de la confiance dans le modèle mathéma-

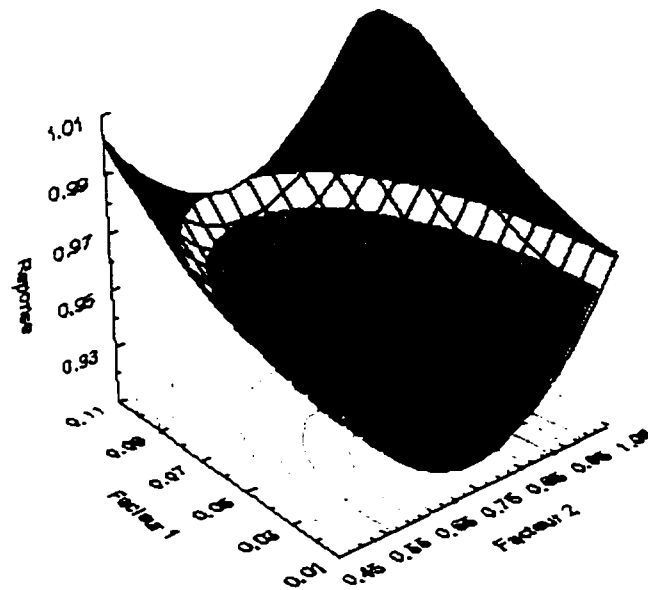


Figure 2.2: Exemple de surface de réponse

tique aux points de la surface de réponse. Plus le nombre de degrés de liberté augmente plus on aura d'information disponible [123]. L'analyse des surfaces de réponse correspond à l'établissement et l'exploitation d'équations empiriques entre une variable dépendante (réponse) Y et un groupe de variables quantitatives X_1, X_2, \dots, X_i . Un exemple de modèle mathématique est présenté à l'équation 2.2 (reliées à la figure 2.1) où les coefficients β_i sont les coefficients de régression et ϵ le bruit. L'équation 2.3 représente un modèle avec interactions quadratiques, nécessaires pour l'optimisation.

$$Y = \phi(X_1, \dots, X_i; \beta_0, \dots, \beta_p) + \epsilon \quad (2.2)$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1^2 + \beta_4 X_2^2 + \beta_5 X_1 X_2 + \epsilon \quad (2.3)$$

Les principaux objectifs [109] de la méthode de surfaces de réponses consistent en:

- Une représentation mathématique du phénomène à l'aide de fonctions polyno-

miales du 2e degré, permettant la calibration du procédé.

- Une représentation géométrique du phénomène à l'aide de surfaces et de courbes de niveau (“contour plot”).
- Une recherche de conditions optimales $X_1^0, X_2^0, \dots, X_i^0$ (maximum ou minimum) pour Y c'est-à-dire:
 - localisation du $X_1^0, X_2^0, \dots, X_i^0$;
 - nature de l'optimum: maximum, minimum, minimax;
 - possibilité d'optimisation simultanée de plusieurs variables de réponse.

Ainsi chaque facteur (X_i) doit avoir au moins 3 modalités afin d'estimer les effets quadratiques. Or le plan factoriel complet 3^k exige trop d'essais (où k représente le nombre d'intrants). On peut alors utiliser les plans suivants pour générer un modèle du 2e degré:

- central-composite (CCD) de Box-Wilson (5 modalités);
- Box-Behnken (BB) (3 modalités).

Les plans CCD sont composé de 3 parties: un plan factoriel (2^k), des points axiaux et des points centraux [109]. La figure 2.3 illustre l'espace exploré pour un CCD de 3 facteurs ($k=3$) ainsi que son plan d'expériences correspondant. Dans un plan BB, pour 3 facteurs, on interroge l'espace sur les arêtes et au centre du cube, comme l'indique la figure 2.4.

Après avoir modélisé le procédé, il est généralement conseillé de vérifier si le modèle est acceptable. Une façon d'évaluer l'ajustement d'un modèle réside dans les valeurs

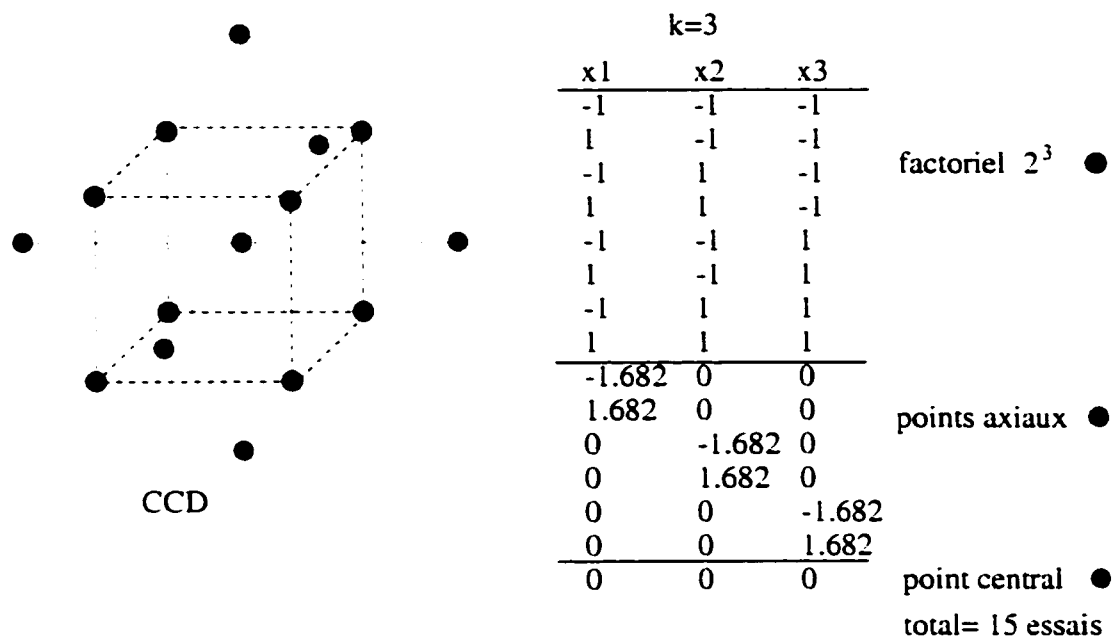


Figure 2.3: Plan d'expériences d'un central-composite (CCD) à 3 facteurs

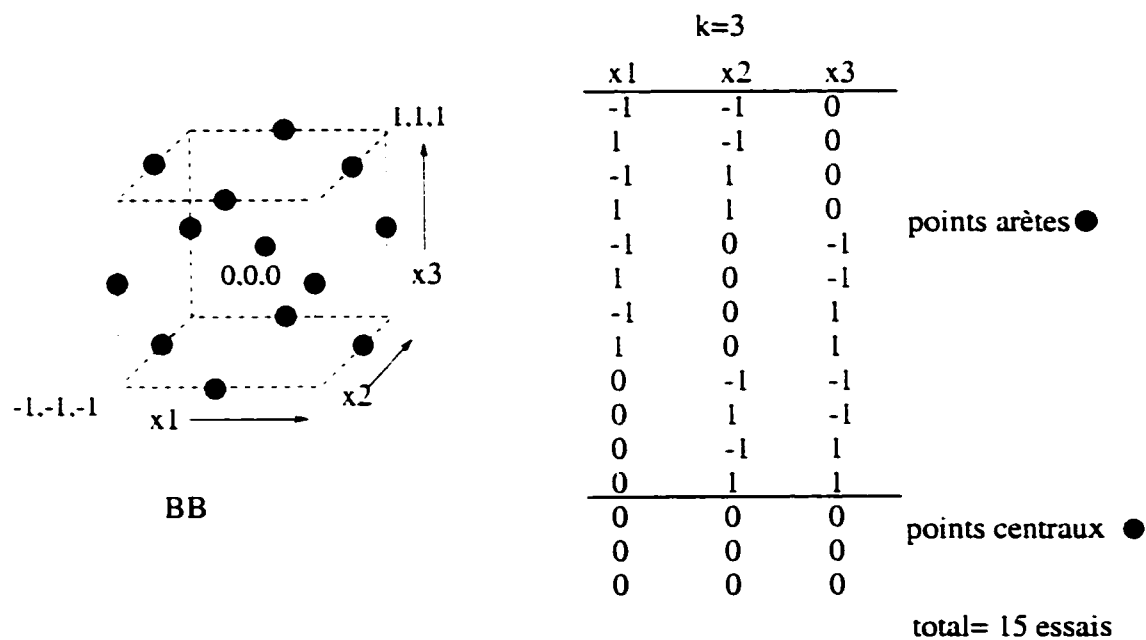


Figure 2.4: Plan d'expériences d'un Box-Behnken (BB) à 3 facteurs

des variations expliquées $R^2 > 0.8$ et $R^2_{\text{ajusté}} > 0.8$ (où R est le coefficient de corrélation). Cette variance estimée donne une idée sur la validité de l'utilisation du polynôme sur un autre ensemble de données. La qualité de l'ajustement peut aussi être évaluée au travers de l'analyse ANOVA qui identifie les coefficients moins bien caractérisés par les données, ainsi que par l'analyse du comportement des résidus.

2.2.4 Outils logiciels

La construction et l'analyse d'un plan d'expériences peut se faire à l'aide d'un chiffrier comme Excel ou Lotus. On utilise plutôt un logiciel d'analyse statistique: STATISTICA de StatSoft Inc.

On utilise aussi le logiciel d'optimisation iSIGHT de Engeneous Software Inc, à titre de comparaison. Ce dernier favorise l'intégration de divers procédés (programmes ou logiciels) en contrôlant et automatisant les manipulations des données entre ces procédés. Dans cette étude, seul le module d'analyse et d'optimisation est utilisé. On fournit le modèle polynomial obtenu par STATISTICA à iSIGHT et on détermine un optimum selon des objectifs de design prédéterminés (ex. maximiser le rendement hydraulique).

Dans la section qui suit, on présente l'intégration de l'outil statistique discuté jusqu'à maintenant, à l'intérieur de la nouvelle méthodologie de design.

2.3 Nouvelle approche

Cette section présente une description générale de la nouvelle méthodologie de design, ainsi que les principaux outils numériques employés. Il est nécessaire de rappeler la problématique d'intérêt. On désire développer une méthodologie de design pour une pompe d'assistance ventriculaire de petite taille, dont les caractéristiques recherchées ont été énoncées au chapitre précédent (section 1.1.3). Dûs aux effets visqueux importants, on a besoin d'information supplémentaire sur l'influence de l'écoulement tridimensionnel complexe à l'intérieur de la pompe (les hypothèses de calculs reliées au modèle empirique ne tiennent plus); et seules les simulations numériques de l'écoulement 3D pourront mesurer l'effet de petites variations paramétriques sur la performance du design.

En outre, par la nature du fluide actif, certaines caractéristiques d'écoulement seront à minimiser ou éviter, soient les régions de séparation de l'écoulement, de recirculation et de stagnation qui peuvent mener à la formation de thrombus.

On aura donc besoin à la fois d'outils d'analyse empirique, d'outils de simulations numériques et d'outils d'optimisation. Ces derniers sont agencés dans une boucle de design (se rapportant du prototypage virtuel) afin d'atteindre les principaux objectifs de design mécanique, soient un rendement hydraulique maximum et une puissance minimum.

2.3.1 Description de la nouvelle approche

Notre approche est basée sur une technique statistique et allie plusieurs outils logiciels de façon à obtenir une procédure de design rigoureuse. La méthodologie de

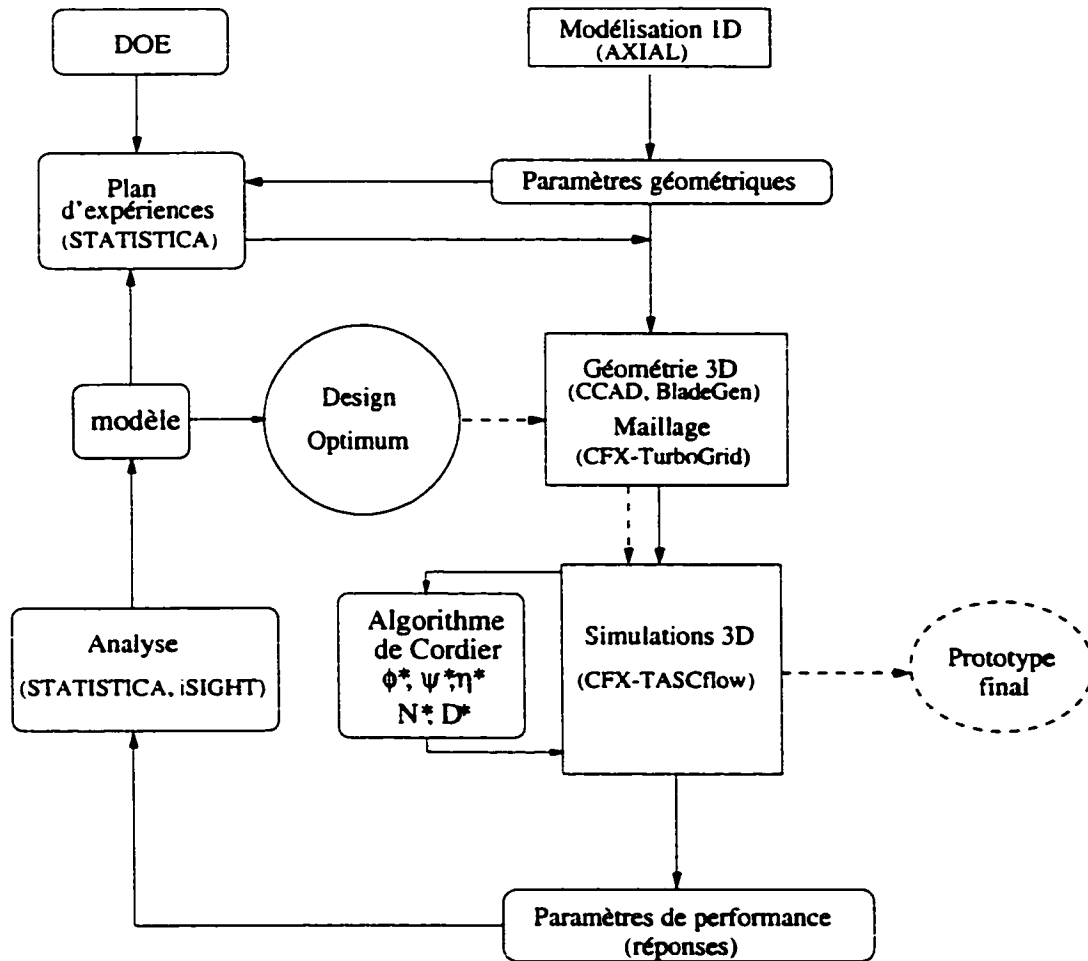


Figure 2.5: Procédure de design

design proposée utilise la planification statistique d'expériences (DOE), couplé à un algorithme de Cordier (correspondant à une mise à l'échelle au point de design). En effet, des simulations 3D et des méthodes statistiques sont utilisées pour modifier les caractéristiques géométriques des composants de la pompe afin d'atteindre les objectifs de design. Les grandes lignes de l'algorithme de design sont schématisées sur la figure 2.5. Suite à un prédimensionnement approximatif par une modélisation 1D, où interviennent les modèles empiriques, on détermine les paramètres géométriques influents sur la performance de la pompe. Puis, un plan d'expériences, généré à l'aide du logiciel STATISTICA, prodigue les caractéristiques des différentes

géométries à simuler (essais). Ceci donne lieu à la création de différents maillages 3D représentant chaque essai, tout en conservant de façon rigoureuse le même nombre de points de calculs et les mêmes caractéristiques de résolution. Après la résolution du problème (CFD) à chaque essai, on détermine les valeurs des variables de réponses obtenues via un post-traitement de la solution numérique. Au cours de la résolution du problème, des sous-itérations selon l'algorithme de Cordier sont nécessaires afin d'obtenir les réponses au même point d'opération. Le détail de cet algorithme est présenté au chapitre 3. Lors de l'analyse, par la modélisation de surfaces de réponses, on conclut sur l'atteinte d'un optimal ou non, auquel cas on recommencera la boucle dans un espace plus ou moins restreint selon le cas. On termine par une vérification ou validation de l'optimum modélisé, à l'aide de simulations numériques 3D de l'écoulement. Cette combinaison de techniques simples d'utilisation permet d'étudier explicitement les effets des paramètres géométriques sur la performance générale du SAV et de progresser rapidement vers un design optimal.

2.3.1.1 Outils commerciaux

La conception de la pompe est réalisée avec des programmes spécialisés simplifiant grandement la physique de l'écoulement au travers des composantes. La validation et l'optimisation se fait grâce à un logiciel de simulation numérique des équations de Navier-Stokes tridimensionnelles. Parmi les outils commerciaux disponibles, voici ceux qui ont été retenus pour cette recherche:

1. STATISTICA de StatSoft Inc. et iSIGHT de Engineous Software Inc.:

le logiciel STATISTICA est un programme d'outils statistiques qui comprend un module d'optimisation par le design d'expériences (DOE). Le logiciel

iSIGHT est un outil de gestion de design d'ingénierie qui permet d'automatiser et d'optimiser le procédé de design. On ne l'utilise que pour déterminer un optimum des modèles de surfaces de réponses obtenus à l'aide de STATISTICA.

2. AXIAL & CCAD de Concepts NREC Inc.:

le module AXIAL de Concepts NREC Inc., consiste en un logiciel de modélisation quasi-1D à la veine moyenne ("meanline") de la performance de compresseurs, turbines et pompes à flux axial multi-étagés. Il estime les paramètres de l'écoulement au moyeu et au carter, et évalue le blocage ainsi que les conditions d'étranglement dans les compresseurs et les turbines. L'analyse est possible pour un débit massique, un rapport de pression ou une puissance. Notre intérêt pour ce logiciel réside dans les modèles de pertes qui y sont inclus (Ainley-Mathieson, Dunham-Came, Kacker-Okapuu, Moustapha-Kacker pour les turbines et ceux de Koch & Smith et Wright & Miller pour les compresseurs). À partir de la distribution des vitesses relatives à l'entrée et à la sortie de chaque composante calculée dans AXIAL, on utilise le module CCAD pour générer et évaluer la forme 3D des pales des turbomachines ainsi que pour établir leur niveau de chargement relatif à la dynamique des fluides. CCAD est donc un logiciel de design géométrique qui inclut une analyse quasi-3D de flux (1D de pale-à-pale et 2D du moyeu-au-carter) basée sur des techniques non visqueuses de "streamline-curvature". Cette prédiction est déficiente pour les 15% à l'entrée et 15% à la sortie du passage de la pale. Un module PushbuttonCFD est aussi disponible dans CCAD, pour produire des calculs rapides de CFD au niveau de la conception. Il utilise le résolveur de DAWES BTOB3D, un programme de CFD connu en turbomachines, surtout pour les écoulements compressibles. Ce module n'était pas activé dans notre version du logiciel.

3. CFX-TASCflow de AEA Technology:

plusieurs concepteurs [22, 33–36, 38, 50, 77, 78, 92] utilisent les produits CFX, dont 3 retiennent notre attention:

- CFX-BladeGen, pour la modélisation géométrique des pales (plus conviviale que CCAD);
- CFX-TurboGrid, pour la discrétisation (maillage) en hexaèdres des géométries 3D du rotor et des stators;
- CFX-TASCflow, pour la résolution volumes finis des équations de Navier-Stokes 3D.

CFX-BladeGen est un outil logiciel 3D spécialisé dans la conception de pales composantes de machines rotatives. Il peut être utilisé pour des pales axiales, mixtes ou radiales. Il est plus polyvalent que CCAD, puisqu'il fournit le format de fichier nécessaire à CFX-TurboGrid sans post-traitement de notre part (diminue la possibilité d'erreur).

CFX-TurboGrid développé spécifiquement pour des concepteurs de turbomachines, est un outil logiciel interactif de génération de maillage. Le logiciel inclut les possibilités suivantes:

- des topologies prédéfinies pour des géométries de solidité variable de pales axiales, radiales ou mixtes, et pour des passages à pales multiples (permet aussi le dégagement en bout de pale). Celles-ci définissent un maillage multibloc optimal autour de la pale et indiquent les bornes périodiques;
- une paramétrisation: un fichier de configuration existe qui contient les commandes qui ont été utilisées. Ceci permet de paramétrer les conceptions facilement et de créer des configurations de défaut pour les types semblables de turbomachines;

CFX-TASCflow utilise la méthode de discrétisation des volumes finis. Les équations discrètes couplées sont solutionnées par un résolveur multigrille

(“multigrid”). On utilise l’option du référentiel en rotation (RFR) où les calculs sont réalisés en terme de vitesses relatives; les équations sont écrites et résolues par rapport au référentiel en rotation, rotation elle-même traitée via les termes sources dans l’équation de conservation de la quantité de mouvement. Il inclut les particularités suivantes:

- une interface généralisée de maillage pour relier des maillages complètement différents et non-correspondants, indépendamment de la façon dont ils ont été créés (“ggi”- “general grid interface”);
- des modèles possédant des cadres de référence multiples pour la résolution efficace d’écoulements ayant des interactions rotor/stator;
- des post-traitements spécialisés pour les machines rotatives.

Selon Burgreen et al. [63], un bon résolveur CFD pour la conception de pompes cardiaques doit incorporer des référentiels en rotation et des conditions frontières acceptables à l’interface rotor-stator. Il doit aussi offrir des conditions frontières périodiques, résoudre les équations de Navier-Stokes incompressibles laminaires et turbulentes, avec option pour des fluides de viscosité non newtonienne et présenter des caractéristiques de convergence robustes. CFX-TASCflow est donc tout à fait approprié pour notre application.

2.3.2 Modélisation quasi 1-D

Dans AXIAL, la complexité tridimensionnelle de l’écoulement est réduite à des équations unidimensionnelles comprenant un ensemble de termes sources pour représenter les divers mécanismes provoquant les pertes dans la conversion d’énergie. Ces termes sources sont majoritairement modélisés par des formules empiriques corrélant un ensemble de mesures. Ces relations permettent en général de bien

caractériser le comportement d'un prototype au point de design, sans toutefois fournir des résultats fiables hors design. En effet, pour une configuration donnée on n'a pas l'assurance d'être au point optimal de la colline de rendement. Cette colline ne pouvait pas être visualisée pour les conditions hors design, d'où notre appréhension sur la validité des résultats obtenus (on en verra un exemple à la section 2.3.2.1). AXIAL permet de déterminer les angles d'entrée et de sortie dans les diverses sections de la pompe, mais ne détermine pas la forme géométrique des pales (il utilise des formes prédéfinies). Pour cela, on a recours au logiciel CCAD. Connaissant les angles d'entrée, de sortie, ainsi que le nombre de pales d'une section, ce logiciel détermine la forme des pales satisfaisant certains critères de design. Il est recommandé de contraindre la forme des pales à ne pas excéder un écart par rapport à la verticale de 20° , (afin d'assurer que l'outil d'usinage puisse accéder aux surfaces à usiner), et d'imposer que le chargement des pales au moyeu et au carter soit entre 0.6 et 0.8. Ce critère basé sur des connaissances empiriques permet de diminuer la probabilité de décrochage de la couche limite sur les pales, surtout dans des conditions d'opération hors design. En outre, l'enroulement des pales, de l'entrée à la sortie, ne doit pas dépasser la valeur de 300° , à cause des limites internes du programme CCAD.

2.3.2.1 Test préliminaire d'optimisation à l'aide d'une modélisation 1D

Puisque la conception d'une pompe est un exercice d'optimisation visant l'atteinte des contraintes de design, la solution n'est pas unique. Deux concepteurs peuvent obtenir deux pompes différentes satisfaisant les mêmes contraintes. Un test préliminaire d'optimisation a été effectué sur le design du prototype II de Cardianove Inc. Seul AXIAL fut utilisé pour générer les réponses nécessaires à une modélisation par surfaces de réponse, sans analyses plus poussées de simulations numériques

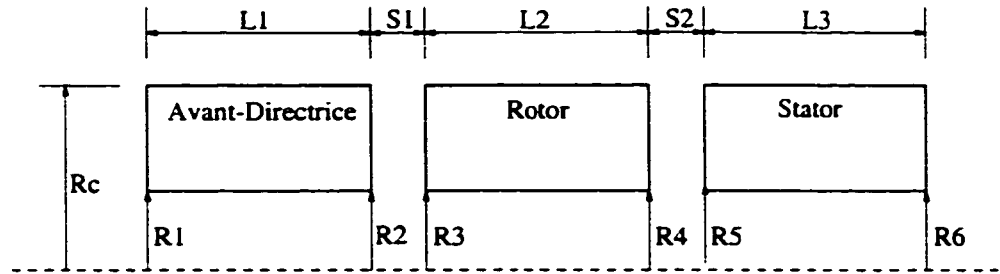


Figure 2.6: Section de la pompe (paramètres), prototype II de Cardianove Inc.

3D de l'écoulement interne. L'objectif de ce test était une étude paramétrique du prototype II en fonction des critères géométriques illustrés à la figure 2.6 et de leurs contraintes énoncées au tableau 2.1. En modifiant séquentiellement les paramètres indépendants on calcule les angles de l'écoulement à l'entrée et à la sortie des composantes du prototype. Pour un débit de 5 l/min, une vitesse de rotation donnée (sans fixer le nombre de pales) et les propriétés de l'analogue, on ajuste les triangles de vitesse (angles) de façon à maximiser le rendement hydraulique, à minimiser la puissance au rotor et à atteindre un nominal sur le rapport de pression à 1.14 pour une pression atmosphérique de 101325 Pa (correspondant à un gain de pression de 100 mmHg). Notons que des sous-itérations sont nécessaires lors de l'évaluation des réponses pour chaque essai du plan. Les principaux paramètres (figure 2.6) sont le rayon du carter (R_c), les rayons au moyeu ($R1$ à $R6$), les longueurs de l'avant-directrice ($L1$), du rotor ($L2$) et du stator ($L3$), ainsi que l'interstice axial entre l'avant-directrice/rotor ($S1$) et le rotor/stator ($S2$).

On doit diminuer la quantité des paramètres identifiés (tableau 2.1), puisque qu'on a trop de facteurs (11) pour générer un plan d'expériences réalisable. On fixe alors les interstices axiaux S_i , en posant l'hypothèse que cette distance a peu d'influence. En effet, les prédictions du logiciel (AXIAL) ont été quasi-insensibles aux interstices axiaux entre les composantes de la pompe lors d'essais préliminaires. Cette distance est donc fixée à 1 mm. Il reste alors 9 paramètres pour construire notre plan

Tableau 2.1: Paramètres géométriques du prototype II de Cardianove Inc.

Paramètres	Limites	Contraintes
Rayons:		
R1	[2,4]mm	$R_c - R1 > 2$
R3=R2	[2,4]mm	$R_c - R3 > 2$
R5=R4	[2,4]mm	$R_c - R5 > 2$
R6	[2,4]mm	$R_c - R6 > 2$
Rc	[4,7]mm	$\frac{R_c - R6}{L3} \leq \tan(10)$
Longueurs:		
L1	[5,20]mm	
L2	[5,20]mm	
L3	[5,20]mm	
S1	[0.5,2]mm	
S2	[0.5,2]mm	$\sum L_i + \sum S_i \leq 33mm$
rpm	[8000,15000]	

Tableau 2.2: Valeur des R , R^2 et $R^2_{\text{ajusté}}$ des variables de réponses

Variables	R	R^2	$R^2_{\text{ajusté}}$
Rendement	0.932978	0.870449	0.814482
Chargement (ψ)	0.737739	0.544259	0.347379
Puissance	0.950833	0.904084	0.862649
Réaction	0.706447	0.499067	0.282665
Rapport pressions	0.748239	0.559862	0.369722

d'expériences. On commence par construire un plan factoriel complet de 9 facteurs avec une contrainte unidimensionnelle et 5 contraintes multidimensionnelles². Or, un plan complet, soit $3^9 = 19638$ possibilités pour des facteurs à 3 modalités, est irréalisable dû aux contraintes de temps. On doit donc réduire le nombre d'essais en examinant les contraintes: soit en identifiant dans la liste des essais, ceux qui satisfont toutes les contraintes, pour obtenir 2940 cas. On solutionne pour 200 points, parmi les 2940 cas selon le critère D-optimal (algorithme de Federov), qui permet d'extraire le maximum d'information de la région d'expérience. Ainsi, du plan visé de 200 points, on en redéfini un de 183 essais distincts. Un total de 183 essais et 5 répétitions ont donc été réalisés. On analyse le plan en fonction des variables de réponses suivantes: le rendement, le coefficient de chargement, la puissance, le degré de réaction et le rapport de pression. La matrice d'expériences fut générée par M. Bernard Clément.

Lors de l'analyse DOE, on tire une première conclusion: seules les variables de rendement et de puissance ont un potentiel de modélisation statistique satisfaisant, selon leur R^2 et $R^2_{\text{ajusté}}$ supérieur à 0.8 (tableau 2.2). Rappelons que R correspond au coefficient de corrélation d'un calcul de régression. Ainsi, 9 tentatives de mo-

²les contraintes sont définies au tableau 2.1

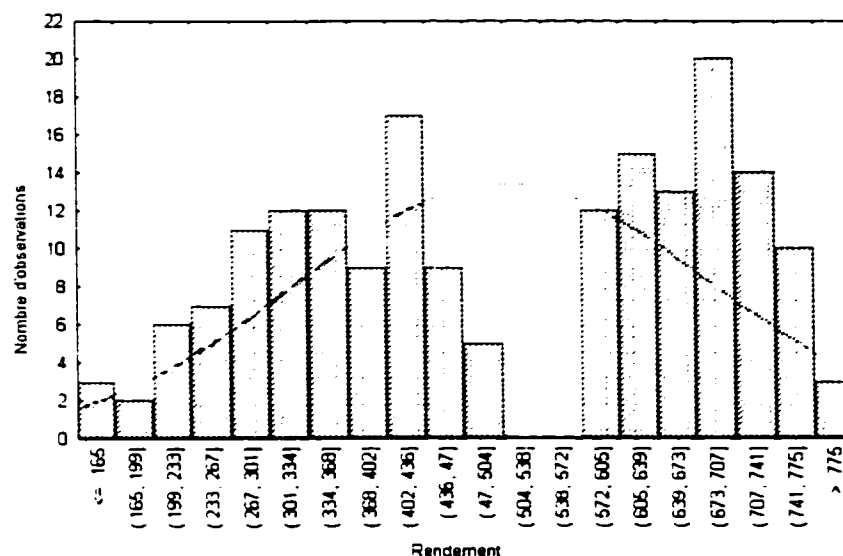


Figure 2.7: Histogramme pour la variable de réponse de rendement

délisation avec moins de facteurs ont été effectuées, sans succès. On réalise par la suite, que la lacune principale de ce DOE relève de la procédure utilisée. En effet, deux concepteurs, donc 2 expertises différentes, se sont séparés les 183 essais. On a alors obtenu deux groupes de données, fait illustré par exemple sur l'histogramme du rendement (figure 2.7). Ainsi, la méthodologie à suivre relative aux paramètres de contrôle supposés fixes du procédé ne fut pas suffisamment circonscrite par des règles prédéterminées, afin de diminuer la variabilité due à l'expérimentateur. Finalement, on a simplement trié les essais en fonction des meilleurs rendements, sans pouvoir extrapoler sur les interactions entre les paramètres géométriques, ni construire de modèle mathématique.

2.3.2.2 Remarques

La modélisation 1D d'AXIAL n'a donc pas permis d'optimiser le prototype II tel que souhaité. En effet, le procédé, ici le logiciel AXIAL, dépend trop de facteurs

subjectifs reliés à l'expertise des concepteurs (2 concepteurs, 2 pompes). En outre, ce prototype possède un joint hydraulique et le logiciel AXIAL ne permet pas d'inclure dans cette étude paramétrique son effet sur le rendement hydraulique ainsi que sur la puissance à l'arbre. Malgré le fait d'avoir itérer plusieurs fois au niveau de chaque configuration (essai) pour obtenir le meilleur rendement, on a aucune façon de vérifier si on était au point optimal du design (sur la colline de rendement).

Un design se doit d'être robuste, c'est-à-dire un bon comportement pour une plage d'opération donnée. Des analyses plus réalistes doivent alors être menées pour confirmer le comportement au point de design et caractériser celui-ci hors design. Rappelons, que les logiciels de conception de la pompe sont valides si les couches limites sont minces par rapport aux dimensions de la pompe. Leur utilisation dans un contexte d'une mini-pompe ne rencontre pas parfaitement ces critères. On aura donc besoin d'un outil de modélisation plus puissant, soit la modélisation 3D de l'écoulement à l'intérieur de la pompe par simulations numériques.

2.3.3 Modélisation 3D par simulations numériques

On a donc recours à la résolution numérique de l'écoulement tridimensionnel de la pompe par la discrétisation des équations de Navier-Stokes à l'aide du logiciel CFX-TASCflow. Dans la procédure de résolution, les équations différentielles continues gouvernant le fluide sont remplacées par leurs contreparties discrètes et sont discrétisées avec la méthode des volumes finis et une approche éléments finis pour la discrétisation spatiale. Même si ces équations décrivent fidèlement la réalité physique, leur résolution est limitée principalement à cause de trois difficultés qui résultent en divers types d'erreurs:

1. Le nombre de cellules de calculs (ou points) est limité, ce qui résulte en une erreur de discrétisation des équations et qui limite aussi la capacité de capture des phénomènes à petites échelles responsables de la génération de phénomènes turbulents.
2. La simulation de l'écoulement dans l'ensemble de la pompe, des aubes directrices au stator de sortie est complexe. En effet, l'interaction est très forte entre ces composantes, à cause de la distance qui les sépare, et il serait impossible d'obtenir les courbes caractéristiques du prototype sans réaliser une telle simulation. On a alors recours à un modèle (MFR) pour décrire le transfert de quantité de mouvement et d'énergie entre les composantes. Le modèle utilisé est approximatif puisqu'à l'interface des composantes, les vitesses et pressions sont indépendantes du temps et seules leurs moyennes axisymétriques sont conservées de part et d'autre des interfaces. L'ensemble de ces approximations et modélisations peuvent affecter la précision des simulations.
3. La modélisation du fluide actif, le sang, qui a un comportement non newtonien (viscosité variable). L'effet non newtonien est fortement accentué si le diamètre hydraulique est petit (palier, joint). Toutefois, même si le diamètre hydraulique est grand, son effet peut mener à des différences de l'ordre de 20% sur les composantes de vitesse et de pression, surtout au voisinage de points de stagnation et de décollement de la couche limite.

Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique de la pompe, et un débit de 5 l/min, indique que le régime d'écoulement se situe entre le turbulent et le laminaire. Ce régime appelé turbulent à bas nombre de Reynolds est complexe à modéliser adéquatement et nécessite de nombreuses cellules de calculs dans la couche limite pour obtenir une solution valable. On peut douter que l'ajout d'un

tel modèle puisse avoir une contribution significative. En effet, on peut argumenter que l'écoulement est laminaire à l'entrée du rotor et que si de la turbulence est générée, elle est rapidement évacuée de celui-ci sans occuper un volume important. Les grandes structures tourbillonnaires sont ici la cause principale des pertes d'énergie par rapport aux petites structures associées aux phénomènes turbulents. En outre, on a expérimenté avec certains de ces modèles de turbulence inclus dans le logiciel CFX-TASCflow. Leurs qualités prédictives, s'étant avérée très décevantes, on opte pour des simulations entièrement laminaires pour caractériser le fonctionnement de la pompe. Le bon accord entre les prédictions numériques et les mesures expérimentales confirment la validité de ces hypothèses.

2.3.3.1 Géométrie et maillage

On génère la géométrie des composantes de la pompe à l'aide de CFX-BladeGen. Ensuite, on utilise CFX-TurboGrid pour créer une représentation discrète de cette géométrie, un maillage 3D d'hexaèdres, ainsi que CFX-Build4 (mailleur géométrique) pour les passages d'interface entre ces éléments. Bien entendu, une densité de noeuds suffisante est nécessaire pour bien résoudre l'écoulement. CFX recommande environ 100000 noeuds par passage pour générer un calcul valable. Vu la taille compacte de la pompe, une attention particulière doit être portée au maillage: soit un raffinement près des parois solides afin de pouvoir capturer les effets de la couche limite. L'endroit où les noeuds sont placés est tout aussi important que leur quantité. Ainsi, quelques recommandations s'imposent au niveau:

- de la pale: concentrer près des parois (côtés pression et suction);
- du point de stagnation: concentrer près du bord d'attaque;
- du sillage: concentrer près du bord de fuite;

- du dégagement de la pale: un minimum de 5 noeuds;

Sans oublier que pour une machine axiale ou mixte, il est conseillé de concentrer dans la direction pale à pale. L'avantage de CFX-Turbogrid réside dans les topologies de pales offertes qui tiennent compte de ces lignes directrices. Puisque le prototype est maillé composante par composante, on doit aussi faire attention au maillage de la section de jonction entre les composantes: elle doit être relativement de la même taille, de la même section et le plus aligné possible. En effet, on a observé des différences au niveau des valeurs des post-traitements (rendements) lorsque la section n'était pas la même. Un exemple de maillage d'un passage de la pompe, est illustré à la figure 2.8. On y remarque une concentration des mailles autour des pales, tel que recommandé. Le maillage comprend au total environ 200000 éléments.

2.3.3.2 Hypothèses de calculs

L'utilisation de codes numériques sous-entend des hypothèses simplificatrices, afin de faciliter la résolution du problème. Les principales hypothèses de calculs et propriétés de l'écoulement étudié sont:

- le fluide est incompressible et newtonien: le sang est supposé isotropique, homogène et incompressible. Il peut être effectivement considéré comme homogène dans les vaisseaux de diamètre supérieur à $100\ \mu\text{m}$, puisque l'échelle de grandeur des microstructures du sang est plus petite que celle de l'écoulement. En outre, la viscosité du sang est supposée constante et indépendante des contraintes de cisaillement, de la température et de la pression: soit le

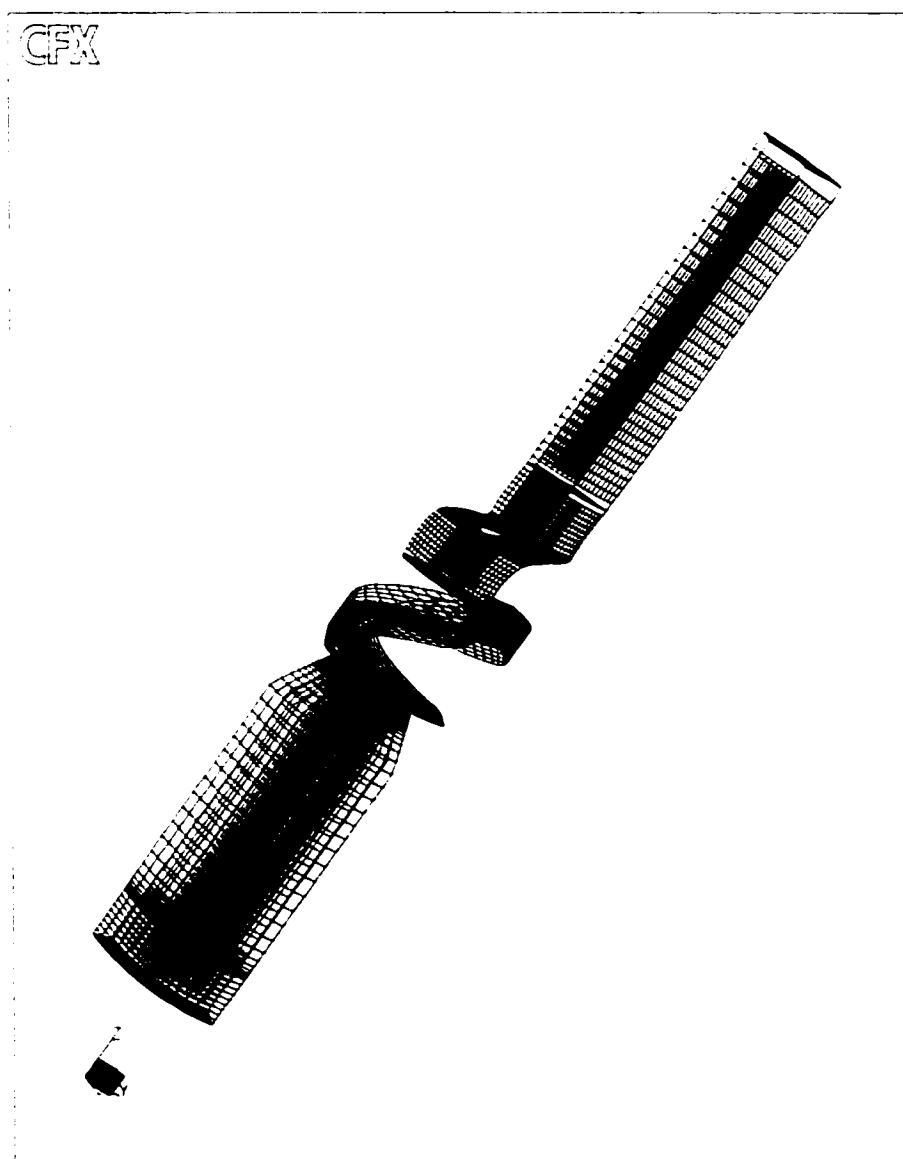


Figure 2.8: Exemple de maillage, du prototype V de Cardianove Inc.

modèle newtonien. En effet, le régime d'opération de la pompe situe les contraintes de cisaillement au niveau de la limite asymptotique du modèle non newtonien, où la viscosité du sang est constante. Les propriétés du sang sont alors: $\rho = 1056 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 3.5 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$, $\nu = 3.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. L'analogie, qui consiste en une solution de 60% d'eau et de 40% de glycérine, possède les propriétés suivantes: $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 3.66 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$.

- le régime est permanent: l'analyse en permanent suppose quelques approximations au niveau des interactions entre les composantes et permet d'utiliser un simple passage par composante indépendamment du changement du pas ("pitch"). On recommande l'analyse en permanent à moins que l'information dynamique soit importante.
- l'écoulement est considéré laminaire: cette approche peut être justifiée au point de design en précisant que l'écoulement dans un tel régime est caractérisé par l'apparition de zones ou de bouffées turbulentes éphémères. En posant l'hypothèse que l'écoulement à l'entrée des aubes directrices est laminaire, les conditions dynamiques dans cette composante (accélération de l'écoulement) ne favorisent pas l'apparition spontanée de zones turbulentes. De plus, les conditions dans le rotor favorisent une augmentation de l'énergie potentielle par rapport à l'énergie cinétique, ce qui aurait tendance à freiner l'apparition de zones de turbulence. Quant au stator, celui-ci a pour rôle de redresser l'écoulement et de le ralentir partiellement. On anticipe que le phénomène prépondérant dans cette composante sera un décollement de la couche limite et l'apparition de tourbillons secondaires beaucoup plus énergétiques que la dissipation turbulente. En conséquence, les principaux phénomènes à contrôler sont laminaires, et les phénomènes turbulents ont alors une importance secondaire.

- la simulation d'un seul passage, donc l'utilisation de conditions périodiques: pour obtenir en un temps raisonnable les résultats numériques, on suppose que les solutions calculées sont périodiques d'un passage à l'autre des composantes. Ceci est vrai pour le stator d'entrée, mais n'est pas nécessairement vrai pour le rotor et le stator de sortie, puisque le rapport du nombre de pales entre le rotor et les aubes directrices n'est pas entier³, ce qui peut introduire des apériodicités spatiales et temporelles. On fait alors l'hypothèse que ces phénomènes sont négligeables.
- le référentiel est en rotation, il y a donc interaction rotor/stator: la modélisation du passage de l'écoulement d'une grille de calcul fixe (stator) à une grille de calcul mobile (rotor) est réalisée grâce à l'hypothèse que seule une information moyenne dans l'espace et indépendante du temps est transmise.

Les hypothèses de calculs donnent lieu à des conditions frontières bien précises, tel que présenté à la section suivante.

2.3.3.3 Conditions frontières

Les conditions frontières rencontrées en turbomachines sont parmi les plus complexes dans le domaine de la CFD. Typiquement, on pose les conditions limites suivantes:

- périodicité: on résoud pour un seul passage;
- par défaut un référentiel qui tourne à la vitesse de rotation de la machine, et les composantes fixes tournent à une vitesse nulle;

³en général, 3/5

- condition d'adhérence, pour les parois stationnaires dans les repères relatif et absolu, et pour les parois en rotation dans le repère relatif;
- connexion “frozen-rotor” à l'interface rotor/stator. Elle permet de résoudre simultanément une série de composantes dans des référentiels multiples (en rotation et stationnaire MFR). Ce genre d'interface est utile lorsqu'on a de fortes interactions entre les composantes, et lorsque la variation circonférentielle à l'interface est importante. Dans l'interface “frozen-rotor”, il y a changement de référentiel sans changement de position relative (quasi-permanent) et sans moyenne. La variation dans le plan méridional est préservée et les caractéristiques locales de l'écoulement (sillage, recirculations, ...) sont transportées lors des changements de référentiel;
- de symétrie: quand on recherche une condition de glissement entre deux composantes où l'une tourne et l'autre est fixe;
- condition générale de connexion aux interfaces des divers éléments du maillage (“ggi”);
- à la sortie: un débit massique (“outflow”) ou une pression statique moyenne (“opening”);
- à l'entrée: une pression totale, mise au niveau de la pression atmosphérique à 101325 Pa (“opening”).

De plus, on pose une condition initiale en vitesse (0,0,1) et en pression (101325 Pa). À titre d'exemple, on illustre à la figure 2.9 les principales conditions frontières pour le cas du prototype V de Cardianove Inc. Un seul passage de pale est modélisé (donc utilisation des plans de périodicité) et le domaine de calcul est ombré en azur (les pales sont en blanc). Les parois solides avec une condition d'adhérence sont

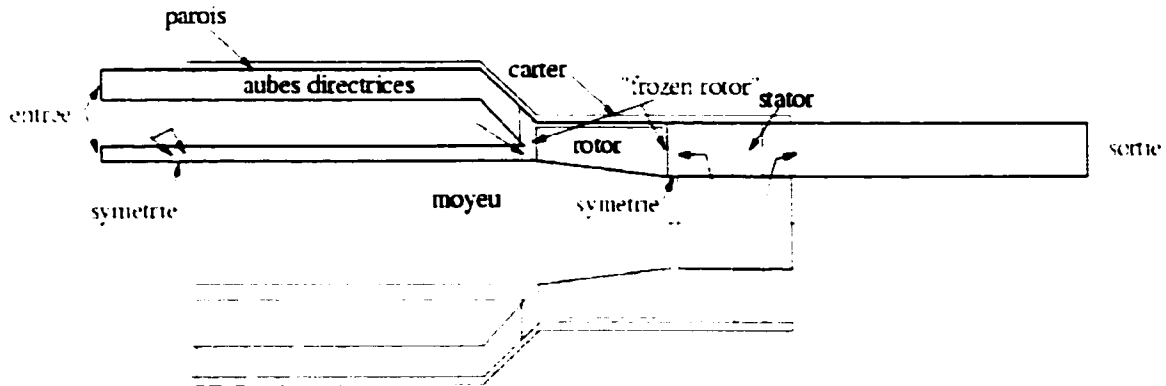


Figure 2.9: Conditions frontières générales, illustrées sur le prototype V de Cardianove Inc.

identifiées en bleu et celles ayant une condition de glissement (dite de symétrie) sont en rouge. Les conditions d'entrée et de sortie sont illustrées en fushia et les conditions d'interface entre éléments dans le même référentiel ("ggi") sont en jaune tandis que celles entre éléments dans un référentiel mobile et fixe ("frozen-rotor") sont en vert.

2.3.3.4 Convergence et qualité des résultats

L'utilisation d'outils numériques dans la méthodologie de design, doit se faire de façon judicieuse. On ne peut prendre pour acquis les résultats numériques sans se poser quelques questions élémentaires. On doit alors examiner la qualité des résultats. Par "qualité", on entend le niveau de convergence de la solution, la précision des calculs, l'évaluation du bruit numérique et l'effet du maillage. Le niveau de convergence de la solution relève du choix d'un bon pas de temps et du schéma de résolution. On utilise une discrétisation d'ordre élevé pour obtenir la meilleure prédiction possible.

Ainsi au niveau numérique, on utilise un pas de temps physique ou local. Quant au

schéma de discrétisation des termes d'advection, on utilise un profil linéaire modifié, dit "modifié" pour réduire les coefficients négatifs dans les situations d'écoulement de recirculation à nombre de Peclet élevé. Ce schéma est précis et présente une réduction d'erreur du second ordre dans la majorité des cas. Avec le facteur de correction physique d'advection (PAC), le paramètre LPAC est activé. Ce paramètre permet des améliorations en précision lorsqu'il y a de forts gradients de la solution dans la direction des lignes de courant. Pour un problème où la conservation de la pression totale est importante, la discrétisation PAC est essentielle.

Il faut de plus s'assurer que la solution est convergée, tant d'une façon globale qu'au niveau des résidus. Pour CFX-TASCflow, le paramètre principal de relaxation est le pas de temps, qui doit être basé sur les échelles de temps de l'écoulement. En théorie, le pas de temps ne devrait pas affecter les résultats si un nombre suffisant d'itérations sont faites. On démarre la solution avec un petit pas de temps (plus de relaxation), pour ensuite l'augmenter. Avant d'accepter le résultat final, il faut s'assurer que la solution calculée le soit avec une échelle de temps proportionnelle au plus grand pas de temps du problème⁴.

La précision des calculs sous-entend une reproductibilité, une constance dans la préparation des problèmes (maillage de même taille, mêmes conditions frontières, même post-traitement). L'uniformité est très importante lorsque l'on compare des simulations CFD, comme on le fait dans une analyse DOE. Pour une géométrie donnée, on doit ainsi utiliser le même maillage pour tous les cas et lorsqu'on compare des géométries, il faut utiliser des maillages similaires. Par maillages similaires on entend le même nombre de noeuds, la même distribution, la même topologie du maillage. Un maillage paramétrique est donc essentiel pour notre approche. Les

⁴cette échelle correspond à la longueur caractéristique sur l'échelle de vitesse caractéristique, ou à l'inverse de la vitesse de rotation (rad/s).

principales sources d'erreurs numériques sont reliées à la géométrie, aux conditions frontières, à la discrétisation et aux hypothèses du modèle.

Pour vérifier la justesse des simulations et assurer qu'elles sont indépendantes par rapport aux maillages, on a procédé à une étude de perturbations successives du maillage. Pour vérifier que les hypothèses de périodicité et d'interaction rotor-stator soient acceptables, on a aussi comparé ces résultats à quelques simulations réalisées sur un modèle complet, en régime transitoire.

2.3.3.5 Test préliminaire d'optimisation à l'aide de simulations 3D

Pour vérifier notre nouvelle approche de design, utilisant une modélisation 3D, on réalise un second test préliminaire, cette fois-ci sur la géométrie du joint hydraulique. Le joint hydraulique correspond à l'espace (entrefer) entre le carter du rotor (mobile) où sont situés les aimants du moteur et la partie fixe contenant le bobinage. En effet, seules des simulations numériques peuvent évaluer l'influence du joint hydraulique sur la performance de la pompe. Ces travaux ont été présentés à la 8^e conférence annuelle de la société canadienne de CFD [124].

Le joint est responsable d'instabilités dans la pompe (écoulements de Taylor). Sa géométrie nécessite des améliorations de façon à diminuer son effet dommageable sur la performance de la pompe. On a donc analysé différentes géométries de joint hydraulique pour le prototype III de Cardianove Inc.

En premier lieu, on détermine la forme générale du joint. Plusieurs géométries, schématisées à la figure 2.10, sont analysées. Elles diffèrent par la dimension de leur entrée/sortie (de 0.5 mm à 0.05 mm) et par leur forme (d'une forme "plat" à une forme en "T"). Les débits de fuite dans cette enclave varient de 0.6 à 0.04 l/min,

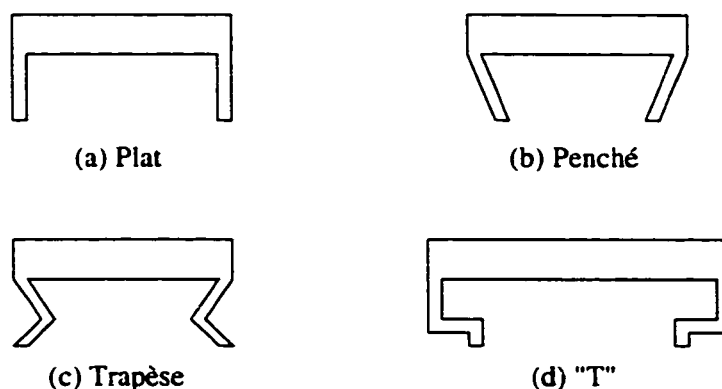


Figure 2.10: Schémas des différentes géométries des joints préliminaires

Tableau 2.3: Résultats hydrauliques des géométries préliminaires du joint

Géométrie	Débit dans le joint (l/min)	Débit dans le SAV (l/min)
Plat, 0.5	0.50-0.60	3.50-4.07
Plat, 0.1	0.39	4.58
Plat, 0.05	0.11	5.48
Penché, 0.05	0.14	4.94
Trapèze, 0.05	0.10	5.25
"T", 0.05	0.04	5.37

pour un débit global de la pompe correspondant de 3.5 à 5.4 l/min respectivement (tableau 2.3). Les joints en forme de "T" et plats présentent les caractéristiques les plus intéressantes, soit un débit global du SAV élevé et un faible débit de fuite dans le joint.

Des designs préliminaires, trois géométries sont retenues (figure 2.11), associées aux géométries "plat" et "T" précédentes. On leur a donné les noms "milieu", "entrée" et "sortie" en fonction de la position du joint. Toutes les géométries ont un rotor partiellement caréné. La motivation implicite à ce type de design est la minimisation du différentiel de pression entre l'entrée et la sortie du joint, ce qui résulte en une minimisation du débit de fuite. Chaque forme comporte trois

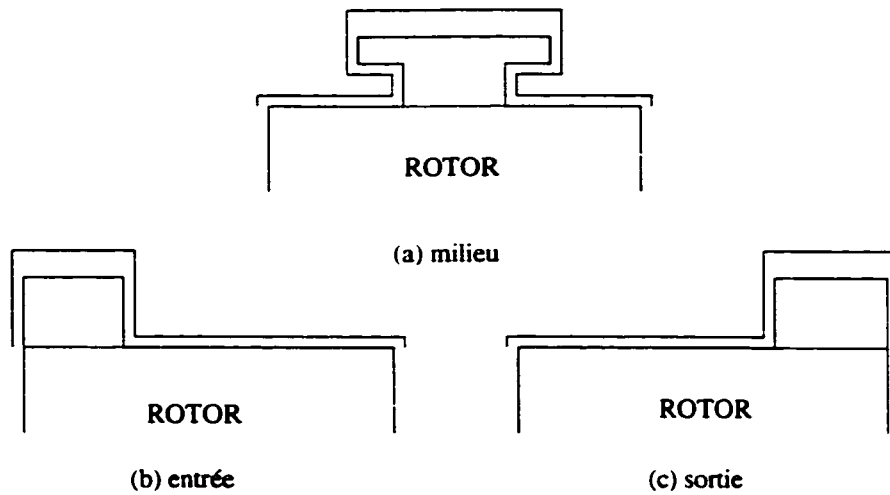


Figure 2.11: Schéma des formes de joint de base pour l'optimisation

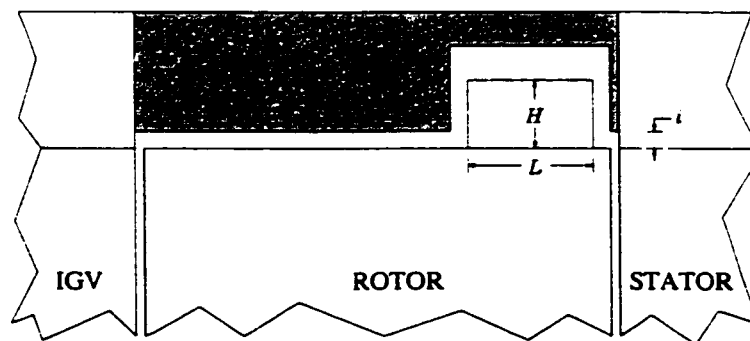


Figure 2.12: Paramètres géométriques du joint, cas du joint dit "sortie"

paramètres variables:

- l'interstice entre le carter et le haut de la pale du rotor, " I ";
- la largeur du joint, " L ";
- la hauteur du passage du joint, " H ".

Ces facteurs sont illustrés à la figure 2.12. Pour obtenir une surface de réponse quadratique des variables, on a besoin d'au moins 3 modalités pour chaque facteur. On considère 4 variables de réponse provenant des simulations numériques: débit

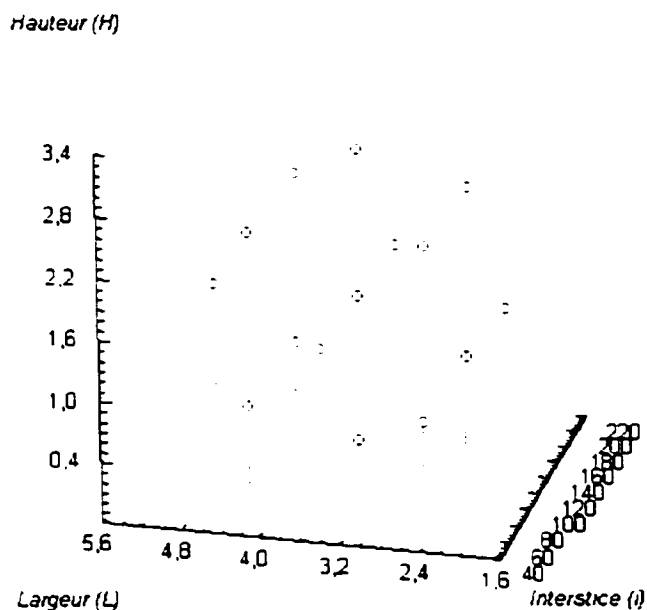


Figure 2.13: Espace expérimental d'un plan central composite (15 essais)

de fuite dans le joint, puissance dissipée dans le joint, débit dans la pompe et la puissance dissipée dans la pompe. Pour chaque géométrie, 2 plans d'expériences ont été réalisés. Le premier plan consiste en un factoriel complet des 3 facteurs à 3 modalités donc 27 essais. Le second plan, un central-composite, a été réalisé pour confirmer les résultats de la première expérience et pour ajouter de l'information au modèle. Ce design utilise 5 modalités pour chaque facteur, donc 15 essais à réaliser. Tous les essais ont été conduits sur le même modèle de pompe (prototype III) pour une variation de pression fixée à 100 mmHg⁵. La variation des facteurs géométriques de chaque essai du central-composite est illustré à la figure 2.13, cela représente d'une certaine façon l'espace de solutions interrogé. Puisque

⁵donc les conditions d'entrée et de sortie des simulations sont des pressions: pression totale à l'entrée et statique à la sortie.

ces deux plans expérimentaux sont orthogonaux, il est possible de modéliser et d'ajuster chaque réponse par un polynôme du 2e degré, ainsi que de décomposer sur un certain nombre d'effets, la variabilité totale des réponses générées sur les 42 simulations. Dans notre cas 9 effets sont isolés: i , L , h , i^2 , L^2 , H^2 , $i * L$, $i * H$, $L * H$. Chaque variable de réponse Y peut être décrite par une équation décrivant les facteurs variables X_j et les effets estimés:

$$Y = \beta_0 + \sum_{j=1}^3 \beta_j X_j + \sum_{j=1}^3 \beta_{jj} X_j^2 + \sum_{j \neq j'} \beta_{jj'} X_j X_{j'} + \epsilon \quad (2.4)$$

où

- Y : représente une des 4 variables de réponse
- β_0 : représente la constante du modèle de régression
- X_j : représente la $j^{\text{ième}}$ variable de design
- β_j : représente le coefficient de régression ou le demi effet de Y sur X_j
- ϵ : représente le terme d'erreur

Les effets peuvent être illustrés graphiquement par ordre décroissant pour former un diagramme de Pareto afin d'identifier les variables et les interactions clés qui contrôlent la réponse. À titre d'exemple, le diagramme de Pareto du débit dans le joint pour la configuration dite "sortie" est présenté à la figure 2.14. On y remarque que l'écoulement dans le joint est essentiellement contrôlé par la largeur du joint, car L , $L * H$, L^2 sont les 3 premiers effets en ordre d'importance. L'équation de prédiction du débit de fuite pour cette configuration est:

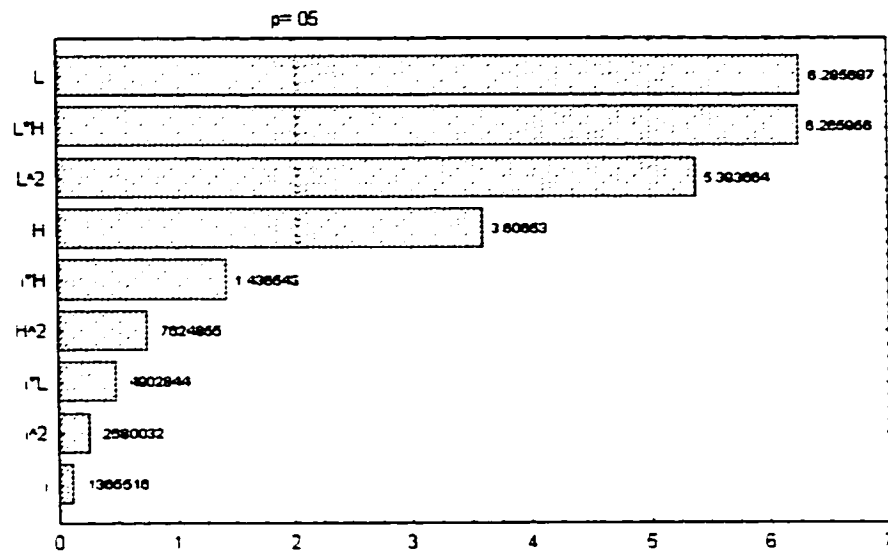


Figure 2.14: Diagramme de Pareto pour la variable de réponse débit du joint, configuration "sortie"

$$\begin{aligned} \text{Débit}_{\text{joint}} = & 0.02183 - 0.01048 * L + 0.00118 * L^2 \\ & - 0.004231 * H + 0.001278 * L * H \end{aligned} \quad (2.5)$$

Les coefficients $R^2_{\text{ajusté}}$ pour chaque variable de réponse, varient de 0.78 à 0.98, indiquant un ajustement satisfaisant entre la prédiction et les données. Une fois toutes les réponses modélisées, on désire trouver une géométrie qui statisfasse simultanément tous les objectifs-cibles de design. Des fonctions de désirabilité sont définies afin d'obtenir un compromis entre les facteurs [125]. Le résultat de l'optimisation simultanée pour la configuration "sortie" est illustré à la figure 2.15. Les fonctions de désirabilité pour toutes les variables de réponses sont situées à droite. Les valeurs optimales des paramètres de design sont au bas de la figure et les valeurs attendues des variables de réponses, pour cette combinaison de facteurs

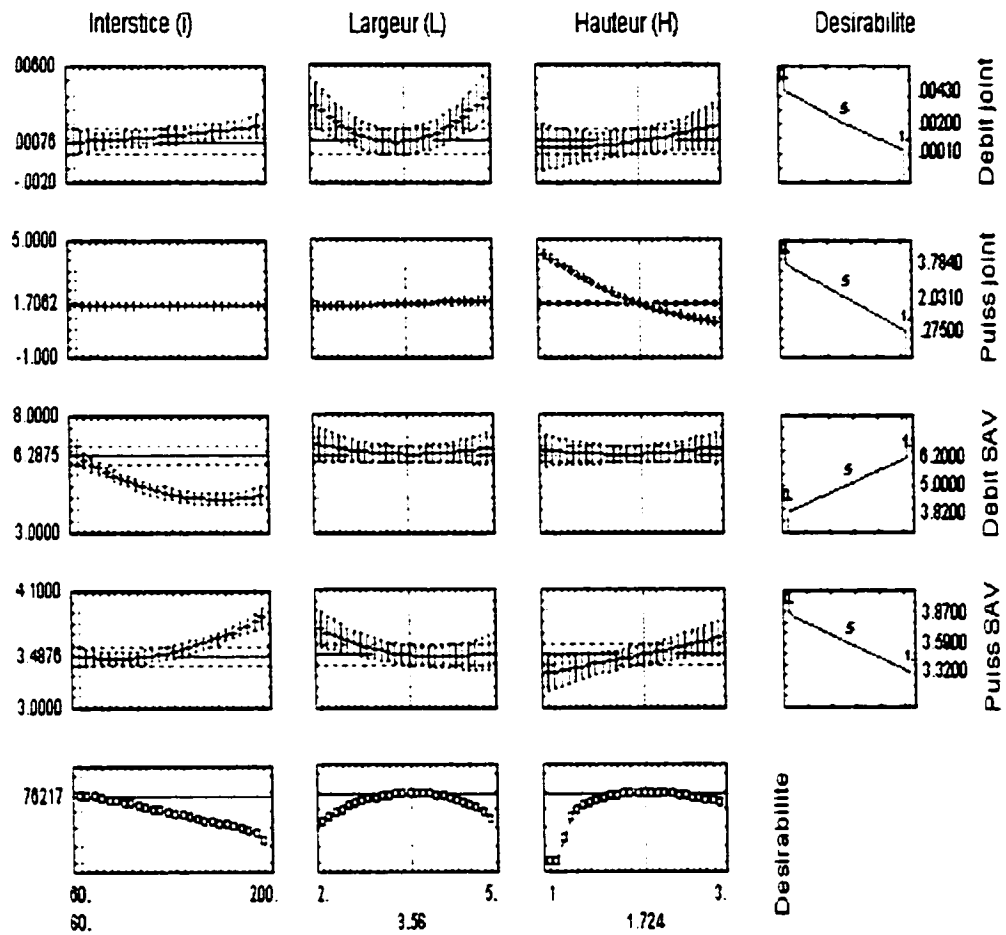


Figure 2.15: Optimisation simultanée de la configuration "sortie"

optimaux, sont à gauche. On obtient ainsi les meilleures réponses optimisées pour un interstice de $60 \mu\text{m}$, une largeur de 3.56 mm et une hauteur de 1.724 mm . Notons que puisque la valeur optimale de l'interstice correspond à la basse modalité, cela indique que l'on pourrait pousser l'analyse DOE en agrandissant la région du plan d'expériences dans cette direction. Comme l'indique le tableau 2.4, cette configuration ("sortie") présente les meilleures caractéristiques de réponses.

La géométrie correspondant aux variables optimales a été vérifiée par une simula-

Tableau 2.4: Comparaison des optimaux modélisés des trois configurations.

Configuration	Débit joint (l/min)	Puissance joint (W)	Débit SAV (l/min)	Puissance SAV (W)
“milieu”	6.12e-3	3.03	5.47	3.37
“entrée”	2.02e-2	1.66	6.17	3.37
“sortie”	7.60e-4	1.71	6.29	3.49

tion numérique 3D, qui fait apparaître une excellente concordance avec le modèle du plan d'expériences (tableau 2.5). Pour illustrer ce design optimal, la figure

Tableau 2.5: Comparaison du modèle DOE aux simulations numériques (CFD).

Cas	Débit dans le joint (l/min)	Débit dans le SAV (l/min)
DOE	7.6e-4	6.3
CFD	8.0e-4	6.5

2.16 présente l'allure de l'écoulement dans le cas idéal (sans joint), avec le joint initial et celui avec le joint optimisé. On peut y observer que l'écoulement dans la géométrie du joint optimisé est similaire à celui du cas idéal, où l'écoulement est bien guidé au travers de la pompe, avec un minimum de pertes dans le joint. En effet, l'écoulement dans les aubes directrices est mieux contrôlé par rapport au joint initial, en présentant moins de retour d'écoulement provenant du rotor. Le joint optimal présente de plus, un écoulement qui semble moins décrocher au stator, par une présence moins prononcée de tourbillons secondaires.

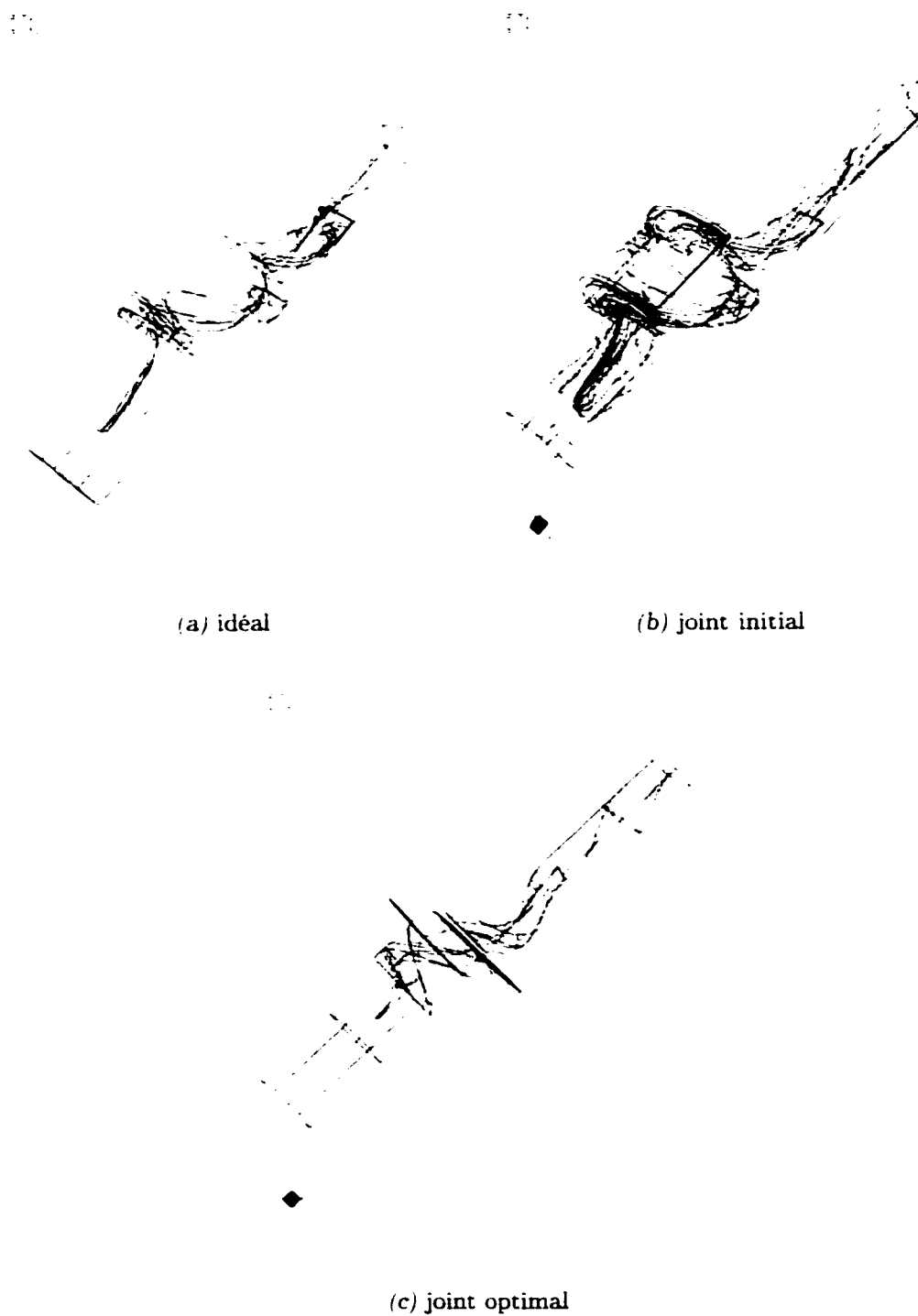


Figure 2.16: Lignes de courant représentant l'écoulement à l'intérieur des différentes configurations du prototype III de Cardianove Inc.

2.3.3.6 Remarques

Ainsi, la nouvelle méthodologie de design proposée s'intègre bien avec l'outil numérique de simulation 3D, par rapport à l'outil de modélisation 1D. On peut maintenant raffiner cette procédure, afin de tenir compte de variabilité dans la géométrie des éléments de la pompe. Le plus grand défi est de modéliser cette variabilité sous forme de diverses configurations en conservant le même point d'opération. La solution repose sur un algorithme de mise à l'échelle de la géométrie au point de design, présenté au chapitre suivant.

CHAPITRE 3

MODÉLISATION PHYSIQUE ET ALGORITHMES DE RÉSOLUTION

Tel qu'introduit au chapitre précédent, on utilise une procédure de design (figure 2.5), qui combine les techniques statistiques aux simulations numériques. Or, pour utiliser les résultats¹ provenant des simulations numériques, il faut s'assurer que le calcul soit effectué au point d'opération donné pour un rendement optimal, afin de pouvoir comparer statistiquement des géométries semblables. Ce chapitre présente la procédure à suivre afin d'obtenir de tels résultats.

3.1 Caractéristiques des pompes

Avant de présenter cette procédure, on doit rappeler quelques notions générales associées à la caractérisation des pompes. On caractérise généralement les pompes selon les quantités suivantes:

1. Débit (Q): volume de liquide pompé par unité de temps (l/min, m³/s).
2. Hauteur d'élévation (H): l'énergie par unité de poids qui est appliquée par la roue (rotor) au liquide. Lorsque la pompe n'est pas utilisée pour élever un liquide mais pour engendrer de la pression, la hauteur d'élévation peut être exprimée en mètre de liquide (ex: mmHg) ou en Newton par mètres carré (Pa). Dans notre cas, on parlera de gain de pression ΔP ($H = \frac{\Delta P}{\rho}$).

¹réponses du DOE

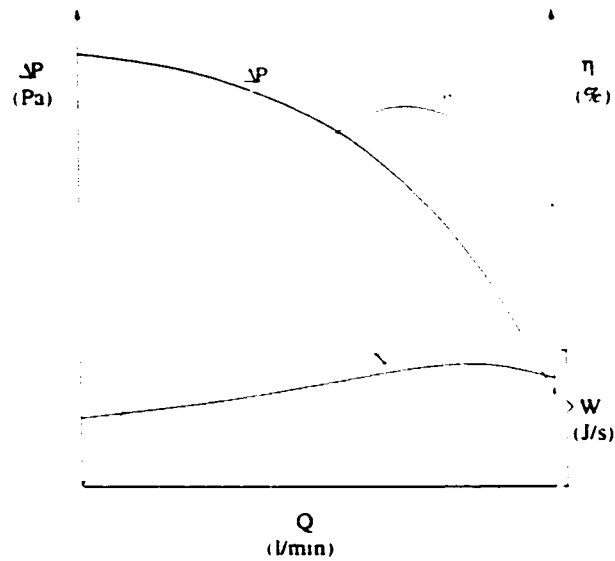


Figure 3.1: Courbes caractéristiques des pompes [7]

3. Rendement (η): le degré de perfection hydraulique et mécanique d'une pompe est déterminé par son rendement. Il est défini par le rapport de la puissance (W) fournie par la pompe à la puissance absorbée sur l'arbre de la pompe. Cette dernière est égale à la puissance fournie par le moteur d'entraînement et appelée la puissance à l'arbre.

$$\eta_T = \frac{\text{puissance nette au fluide}}{\text{puissance à l'arbre}} \quad (3.1)$$

$$= \frac{\rho Q g H}{W} = \frac{Q \Delta P_T}{W} \quad (3.2)$$

Le gain de pression (ΔP) en fonction du débit (Q) à vitesse constante ($N = \text{cste}$) est appelé courbe "caractéristique" de la pompe (figure 3.1). Une "caractéristique" complète comprend également les courbes de rendement (η) et de puissance (W). Le gain de pression et le débit d'une pompe varient avec la vitesse de rotation de telle façon que les courbes de fonctionnement conservent leurs caractéristiques principales.

3.2 Lois de similitudes et analyse dimensionnelle

Au premier chapitre², on a abordé les paramètres adimensionnels caractérisant le fonctionnement des turbomachines par l'introduction des vitesses et diamètres spécifiques (N_s , D_s).

Dans l'analyse dimensionnelle, à partir d'une connaissance générale des phénomènes fluides, on identifie en premier les paramètres physiques qui influencent l'écoulement. Puis, en regroupant ces paramètres en combinaisons adimensionnelles, on obtient une meilleure compréhension de l'écoulement. Ainsi l'analyse dimensionnelle appliquée aux problèmes de similitudes en hydraulique a permis de découvrir les relations fonctionnelles entre les quantités en cause et d'établir les critères sans dimension caractérisant les écoulements, critères qui avaient été déjà trouvés expérimentalement dans bien des cas, pour des conditions dynamiquement semblables [7].

3.2.1 Lois de similitudes

Les lois de similitudes permettent la prédiction de la performance d'un nouveau prototype de machine à partir d'un test sur un modèle à une échelle différente. Cela permet aussi la prédiction de la performance d'une machine donnée sous des conditions d'opération différentes de celles sous lesquelles elle a été testée. On parle de trois similitudes : géométrique, cinématique et dynamique. Un modèle et un prototype sont géométriquement similaires si toutes les dimensions physiques du corps dans les 3 axes cartésiens ont le même ratio linéaire [3]. C'est-à-dire que toutes les directions d'écoulement, orientations et même le fini de surface doivent être mis

²section 1.2.1

à l'échelle. Les mouvements de 2 systèmes sont cinématiquement similaires si les éléments similaires sont positionnés à des endroits similaires à des instants (temps) similaires. En incluant des similarités en temps, on introduit des éléments tels que la vitesse et l'accélération. Notons que pour une similitude au sens cinématique, la similitude géométrique est sous-entendue. En dynamique des fluides, la similitude cinématique conduit aux exigences en terme de nombres de Reynolds, de Mach et de Froude. La similitude dynamique requiert que les effets additionnels des échelles de force ou des échelles de masse soient maintenus entre un modèle et un prototype, présupposant une échelle de longueur et de temps.

Les variations de pression, de débit et de puissance en fonction de la vitesse suivent de telles lois de similitude. Quand on les applique à chaque point de la courbe ΔP vs Q , ces lois indiquent que lorsque la vitesse de rotation (N) change, le débit (Q) varie proportionnellement à la vitesse, le gain de pression (ΔP , hauteur) proportionnellement au carré de la vitesse et la puissance (W) proportionnellement au cube de la vitesse; cette dernière variation étant basée sur l'hypothèse que le rendement est constant pour chacun des points quand la vitesse varie:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2}, \quad \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2}, \quad \frac{W_1}{W_2} = \frac{N_1^3}{N_2^3} \quad (3.3)$$

Les points qui se correspondent par les lois de similitudes sont appelés points homologues et sont reliés par des courbes qui sont des paraboles du 2e degré (figure 3.2). Deux points homologues ont le même rendement et la même vitesse spécifique (N_s).

D'autre part, les lois de similitudes permettent l'utilisation d'un ratio de réduction ou de multiplication correspondant à une mise à l'échelle des géométries. Ce rapport

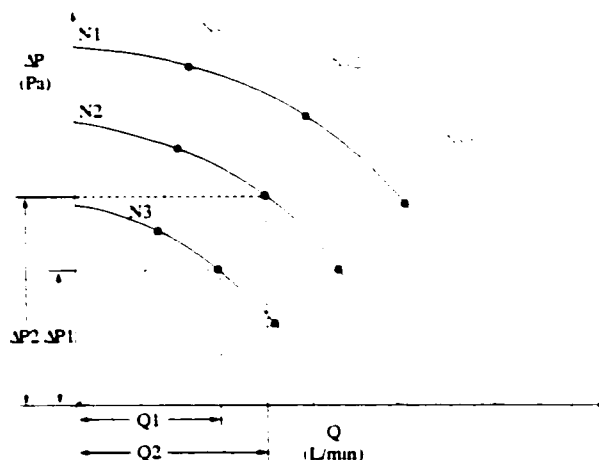


Figure 3.2: Courbes caractéristique des pompes. lois de similitudes [7]

est associé à la similitude géométrique et joue un rôle important dans l'algorithme de Cordier utilisé dans notre nouvelle méthodologie de design au niveau des simulations numériques 3D du micro-écoulement.

3.2.2 Analyse dimensionnelle

Le principe de l'analyse dimensionnelle exige que tous les termes d'une équation physique possèdent les mêmes unités. Ceci implique que le sujet à étudier par l'analyse dimensionnelle soit assez bien connu pour permettre de supposer quelles seront les données physiques pouvant influencer le phénomène en question [7]. La méthode proposée par Buckingham³ consiste à [3]:

1. faire une liste et compter les variables. N_V ;
2. faire une liste et compter les unités de base. N_U (ex. M. L. T):

³Théorème de Vaschy-Buckingham. E. Buckingham, "On Model Experiments and the Form of Empirical Equation". Trans. A.S.M.E., Vol. 37, p.263. 1915; ou revue par Alton C. Chick. Hydraulic Laboratory Practice. Appendix 15. A.S.M.E., 1929.

3. choisir un nombre de variables comme "primaires" (en général, ce groupe consiste en N_U des variables du problème);
4. former les produits- Π des variables primaires plus une variable restante; on obtient une liste réduite de $(N_V - N_U)$ nouvelles variables adimensionnelles.

L'analyse dimensionnelle [3] des paramètres de performance des turbomachines par la méthode de Buckingham est présentée à l'annexe II. On obtiendra ainsi les 4 produits- Π suivants:

$$\text{coefficient de débit} \quad \phi = \frac{Q}{ND^3} \quad (3.4)$$

$$\text{nombre de Reynolds} \quad Re = \frac{ND^2\rho}{\mu} \quad (3.5)$$

$$\text{coefficient de chargement} \quad \psi = \frac{\Delta P}{\rho N^2 D^2} \quad (3.6)$$

$$\text{coefficient de puissance} \quad \xi = \frac{W}{\rho N^3 D^5} \quad (3.7)$$

Les produits- Π restent constants pour des roues (rotors) semblables et des conditions dynamiques semblables, quelles que soient la vitesse de rotation et la dimension des roues; ils constituent les "critères" de l'écoulement.

On peut relier le rendement hydraulique à ces critères par les relations suivantes:

$$\eta_T = \frac{\rho Q g H}{W} = \frac{[(\frac{Q}{ND^3})(\frac{gH}{N^2 D^2})]}{(\frac{W}{\rho N^3 D^5})} \quad (3.8)$$

$$= \frac{\phi \psi}{\xi} \quad (3.9)$$

D'autre part, ces critères sont utiles pour quantifier les configurations géométriques des plans d'expériences. On les utilise comme variables de réponse du procédé.

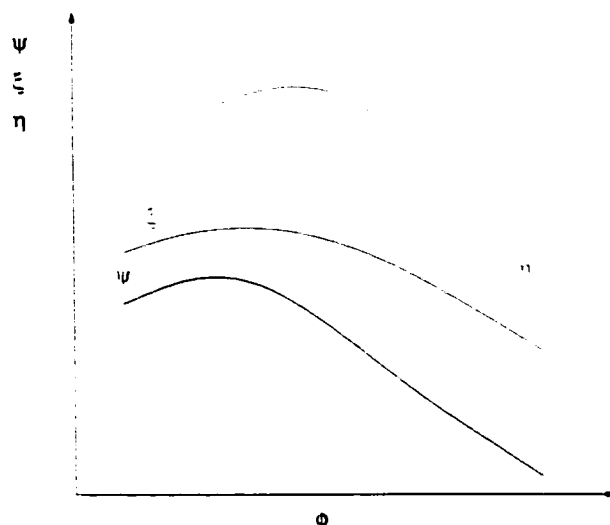


Figure 3.3: Courbes caractéristique des pompes, paramètres adimensionnels [3]

On peut maintenant représenter ces courbes caractéristiques, à l'aide de ces paramètres adimensionnels (figure 3.3). Ces courbes sont bien sûr similaires aux courbes de la figure 3.1. On y montre le comportement du rendement en fonction du coefficient du débit⁴ (η vs ϕ), ainsi que ceux du chargement (ψ vs ϕ) et de la puissance (ξ vs ϕ) qui affichent une allure décroissante lorsque le coefficient de débit augmente.

3.2.2.1 Considérations liées au nombre de Reynolds

Au chapitre 1⁵, on a introduit les travaux de Cordier relatifs au diamètre spécifique (D_s) et à la vitesse spécifique (N_s) afin de déterminer la topologie de pompe appropriée à notre point d'opération. Or, ces paramètres adimensionnels représentent aussi des caractéristiques des pompes. D'ailleurs, on peut tirer les corrélations

⁴appelé aussi la colline de rendement

⁵à la section 1.2.1

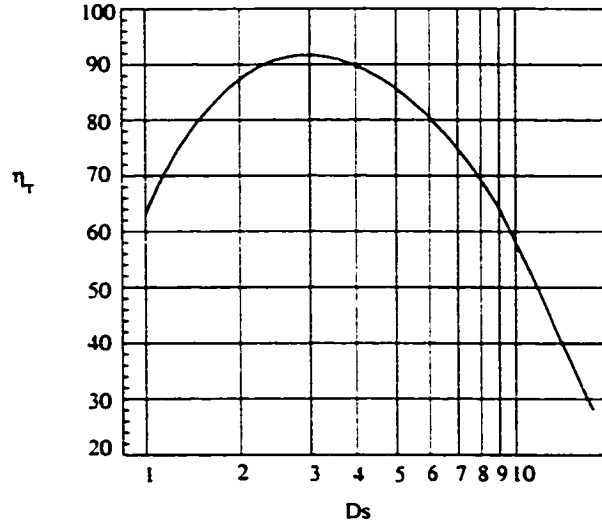


Figure 3.4: Corrélation de l'efficacité totale avec le diamètre spécifique [3]

suivantes [3] des figures 1.3 et 3.4, :

$$N_s \cong 9.0 D_s^{-2.103}, \quad (D_s \leq 2.8) \quad (3.10)$$

$$N_s \cong 3.25 D_s^{-1.126}, \quad (D_s \geq 2.8) \quad (3.11)$$

$$\eta_{T-C} = 0.149 + 0.625 D_s - 0.125 D_s^2, \quad (D_s \leq 2.5) \quad (3.12)$$

$$\eta_{T-C} = 0.864 + 0.0531 D_s - 0.0106 D_s^2, \quad (2.5 \leq D_s \leq 5) \quad (3.13)$$

$$\eta_{T-C} = 1.1285 - 0.0529 D_s, \quad (5 \leq D_s \leq 20) \quad (3.14)$$

Ces corrélations sont pratiques lors du prédimensionnement de la machine afin de donner un aperçu de sa performance hydraulique. Par contre, une restriction s'applique puisque ces expressions sont basées sur des machines fonctionnant à des nombres de Reynolds élevés ($Re = \frac{ND^2}{\nu} = 10^7$). Cela se répercute en terme de pertes reliées au nombre de Reynolds et à l'interstice ou jeu radial (δ représente un ratio et ϵ représente la valeur de l'interstice). Wright [3] propose les ajustements empiriques

suivants:

$$(1 - \eta_r) = (1 - \eta_{r-c})f(\text{Re})g(\delta_o) \quad (3.15)$$

où

$$f(\text{Re}) = \left(\frac{10^7}{\text{Re}}\right)^{0.17} \quad (3.16)$$

$$g(\delta_o) = 1 + \tanh(0.3(\delta_o - 1)) \quad (3.17)$$

$$\delta_o = \frac{\delta}{0.001} \quad (3.18)$$

$$\delta = \frac{\epsilon}{D} \quad (3.19)$$

En tenant compte de ces ajustements, on obtient les paramètres et caractéristiques pour notre application (tableau 3.1). Tel que mentionné au chapitre 1, notre ap-

Tableau 3.1: Paramètres de design de notre pompe

Paramètres d'opération	Caractéristiques
Q = 5 l/min	Ns = 1.62
$\Delta P = 100$ mmHg	Ds = 2.26
N = 11000 rpm ($\Omega = 1152$ rad/s)	$\eta_{r-c} = 0.92$
$\rho = 1100$ kg/m ³ (analogue)	$D_{\text{idéal}} = 1.10 \times 10^{-2}$ m
$\mu = 0.00366$ Pa.s (analogue)	$\text{Re}_{\text{idéal}} = 4.18 \times 10^4$ ($< 10^7$)
$\epsilon = 100$ μm	$f(\text{Re}) = 2.54$ et $g(\delta_o) = 3.46$
	$\eta_r = 0.3$
	$\phi_{\text{idéal}} = 0.05435$
	$\psi_{\text{idéal}} = 0.07546$

plication présente un rendement possible de 92%⁶, mais les ajustements reliés au nombre de Reynolds réduisent plutôt le rendement total à 30%; ce qui correspond à la plage des valeurs de rendements obtenus par les concepteurs actuels de SAV (tableau 1.4). À partir des travaux de Balje [126], Brennen [8] propose

⁶si on prend un Ds calculé selon l'équation 3.10 à Ns=1.62

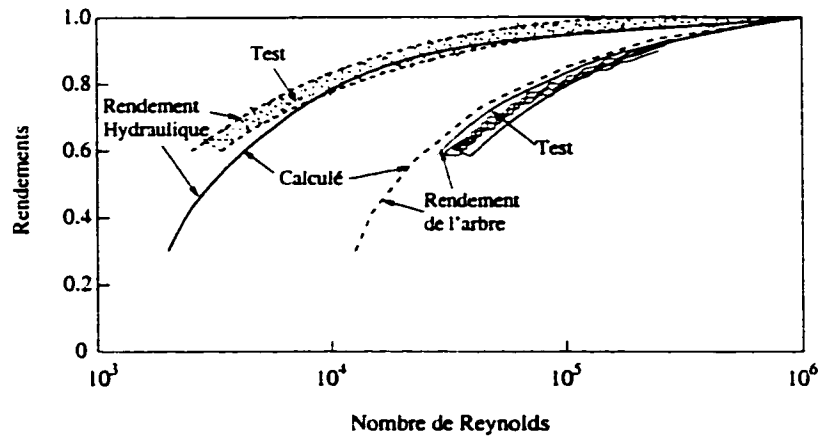


Figure 3.5: Dépendance de l'efficacité hydraulique/moteur sur le nombre de Re [8]

un ajustement différent présenté sous forme de graphe (figure 3.5) où la dépendance du rendement hydraulique et du rendement à l'arbre (moteur) est modifiée selon le nombre de Reynolds. Par exemple, pour un nombre de Re de 2.1×10^4 (où $Re = 2\Omega R_T^2/\nu$, $\Omega = 1152$, $R_T = 5.5 \times 10^{-3}$) on obtient un rendement hydraulique d'environ 85% et un rendement moteur d'environ 45%. Ceci donne un rendement total de 38% ($\eta_T = .85 \times .45$). On peut donc s'attendre à un rendement total de 30 à 40%, pour une turbomachine ayant nos spécifications.

Quelques précisions doivent être apportées quant aux notions de rendement et de nombre de Reynolds de l'écoulement. Dans la suite du document, le terme rendement correspondra au rendement hydraulique ($\eta_h = \frac{\dot{m}(\Delta P)}{M\Omega}$), à moins d'avis contraire. Quant au nombre de Reynolds, il est important de réaliser que celui-ci ne possède pas les propriétés d'un critère d'écoulement dans une pompe, propriétés qui sont généralement associées au nombre de Reynolds pour un écoulement en conduite [7]. En effet, tout ce qui trouble la répartition des vitesses de l'écoulement (changement de section ou changement de direction) modifie l'allure de l'écoulement et le nombre de Re basé sur la vitesse moyenne de l'écoulement permanent cesse d'être un critère de l'écoulement dans le sens où il est utilisé pour des conduites

rectilignes. Ceci revient à dire qu'un même nombre de Re n'est pas une garantie de similitude car le passage du laminaire au turbulent peut se produire à des nombres de Re très différents si l'axe de la conduite n'est pas rectiligne. Ni la répartition de vitesse, ni la perte de charge (perte par frottement et perte turbulente), ni l'allure de l'écoulement (laminaire ou turbulent) ne peuvent être basées sur la connaissance du nombre de Re en écoulement courbe, divergent ou convergent [7]. Un même nombre de Reynolds ne garantit donc pas l'identité de la répartition de vitesse ou du régime, laminaire ou turbulent. Le changement d'un régime à un autre peut se produire à différents débits pour chacune des zones de la machine. De surcroît, on connaît mal le sens du nombre de Reynolds dans des conduits courbes convergents ou divergents, lorsque ceux-ci sont en mouvement de rotation avec apport ou emprunt d'énergie. Le même nombre de Reynolds peut alors être obtenu avec des pompes de configurations physiques ou de vitesses spécifiques différentes.

En somme, le nombre de Reynolds n'affecte la similitude de l'écoulement qu'en ce qui concerne les pertes dues au frottement de paroi et la répartition des vitesses, son influence est très faible sur les caractéristiques de fonctionnement [4] globales de la roue, car, dans une bonne pompe les pertes hydrauliques sont de l'ordre de 5% [7]. On pourra ainsi s'attendre à des rendements supérieurs à ceux pondérés par les ajustements dus au nombre de Re .

3.3 Modélisation physique

La modélisation physique sous-entend l'identification des contraintes géométriques ainsi que la procédure associée à l'algorithme de Cordier utilisé dans le cycle de design de la nouvelle méthodologie. Or, avant d'aborder les algorithmes de résolution, il faut discuter des paramètres géométriques implicites à la modélisation.

3.3.1 Choix de la composante de la modélisation

La pompe possède 3 éléments principaux: les aubes directrices (stator d'entrée), le rotor et le stator de sortie. Or, si on fait varier tous les paramètres de chaque composante simultanément, on aura un plan d'expériences beaucoup trop volumineux pour une étape de modélisation. On doit alors faire un choix sur la principale composante à améliorer.

Dans notre application, le stator d'entrée ou aubes directrices sert à redresser l'écoulement de façon à obtenir une distribution de la vitesse la plus axiale possible à l'entrée du rotor. De plus, suite à l'expérience acquise lors du développement des précédents prototypes de Cardianove Inc., on a pris la décision de découpler le design du moteur de la géométrie du rotor en le déplaçant à l'avant, au niveau du stator d'entrée. Ceci a permis l'élimination de la contrainte de design liée au joint hydraulique, déjà discuté à la section 2.3.3.5. Ceci offre plus de liberté dans le design du rotor: on peut réduire le rôle du stator d'entrée à celui d'un redresseur. En conséquence, on le définit par des pales droites, au nombre de 5, ayant des angles d'entrée et de sortie nuls. Plus de détails sont donnés sur ce prototype⁷ dans le chapitre suivant.

Le rotor est la composante d'intérêt. En effet, c'est lui qui produit l'effet de pompage recherché, il est donc important d'en faire une analyse exhaustive pour en avoir une meilleure compréhension. Pour ce faire, les paramètres géométriques du rotor seront étudiés au travers de leurs variations, déterminées par un plan d'expériences.

Le stator de sortie n'a pas contribué à de bons rendements dans les prototypes

⁷prototype V de Cardianove Inc.

précédents. On l'élimine donc pour l'instant de la géométrie d'analyse. Lorsqu'on aura obtenu un rotor adéquat, on passera à la conception d'un stator de sortie bien adapté au rotor.

3.3.2 Paramètres géométriques de la modélisation

Lors de la conception d'une pompe, on doit en premier lieu la prédimensionner adéquatement selon les besoins de l'application. Au tableau 3.1, on a commencé à définir quelques dimensions principales (N, D). Or, puisqu'elle sera implantable dans le ventricule gauche, la pompe ne peut excéder les dimensions suivantes: un diamètre extérieur de 22 mm et une longueur de 50 mm. Par conséquent, il faut identifier les paramètres géométriques influençant le plus la performance de la pompe. Les principaux paramètres (facteurs du DOE) sont donc:

- les diamètres de chaque composante (au moyeu et au carter): ils définissent la hauteur des pales et par la même occasion la section de passage. De plus, une variation du diamètre transforme une pompe axiale en une pompe mixte. Ils doivent respecter la restriction de diamètre mentionnée auparavant⁸.
- les longueurs axiales de chaque composante (associées aux longueurs des pales): elles doivent respecter une longueur axiale totale maximum⁹. De plus, la pompe devrait être la plus courte possible, afin de réduire le temps de résidence à l'intérieur des régions de contraintes de cisaillement élevées [60].
- les dimensions des interstices axial et radial au rotor: la dimension de l'interstice radial au rotor représente l'espace radial entre l'extrémité de la pale

⁸inférieur à 22 mm

⁹inférieur à 50 mm

mobile et le carter fixe. Si cet espace est trop grand, il causera une diminution importante de la performance du rotor en favorisant la séparation de la couche limite et la génération de tourbillons [71]. Si elle est trop petite, elle donnera lieu à une hémolyse élevée. Par ailleurs, il est préférable d'arrondir la section en bout de pale du rotor (côté pression) d'environ 25% de l'épaisseur locale de la pale [76]. Cela prévient une séparation locale de l'écoulement au travers de l'interstice radial, améliorant la performance en cavitation. L'interstice axial du rotor, représente l'espace inter-composante (entre le stator d'entrée et le rotor). Si cet espace est trop long, alors le fluide risque de perdre la direction donnée par les aubes directrices afin d'entrer dans le rotor de façon optimale.

- les angles d'entrée et de sortie de chaque composante: les angles d'entrée et de sortie des stators contribuent (par leur déflexion) à redresser l'écoulement et à récupérer l'énergie. Au niveau du rotor, le travail sur le fluide est effectué par cette déflexion d'angles.
- l'angle d'enroulement des pales au rotor (lié au chargement des pales): des pales trop chargées génèrent plus de renversement et de séparation de l'écoulement [76].
- le nombre de pales de chaque composante: un nombre de pales trop élevé, diminue l'aire de passage en plus d'augmenter l'aire de surface en contact avec le sang (plus hémolytique). Cela augmente aussi la puissance nécessaire à l'arbre, car l'effet des couches limites est alors plus prononcé.

Il faut aussi déterminer quelles sont les caractéristiques, associées aux variables de réponses du DOE, qui sont d'intérêt pour un point d'opération de 5 l/min contre 100 mmHg:

- le rendement hydraulique: on le désire élevé, afin de concevoir une pompe ayant un fonctionnement optimal.
- la puissance au moteur: on la désire faible. On recherche un moteur le plus petit possible, générant une faible puissance; ce qui diminue la dissipation de chaleur dans le sang associée au moteur (moins de trauma sanguin).
- la vitesse de rotation: on la désire la plus petite possible. Moins la vitesse est élevée, moins la pompe engendrera de trauma sanguin.

On ne retient pas le trauma sanguin comme variable de réponse à cette étape-ci de la conception. Un index numérique adéquat et réaliste de production d'hémolyse et de thrombus reste à développer. Seuls, les niveaux de cisaillement peuvent être estimés par le critère de von Mises:

$$S_Y \geq \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (3.20)$$

où σ_1 , σ_2 et σ_3 représentent les contraintes principales, obtenues du tenseur de contraintes suivant:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} = 2\mu \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Cette façon d'estimer le cisaillement (facteur important dans la destruction des globules rouges) en fonction des champs de vitesse est aussi utilisée par Apel et al. [50].

En conséquence, les facteurs d'intérêt de notre plan d'expériences consistent en des paramètres géométriques et les réponses en des caractéristiques ou critères de

Tableau 3.2: Paramètres utilisés pour les plans d'expériences

Facteurs	Variables de réponse
L (mm)	η (%)
D (mm)	W (J/s)
α ($^{\circ}$)	N (rad/s)
i (μm)	

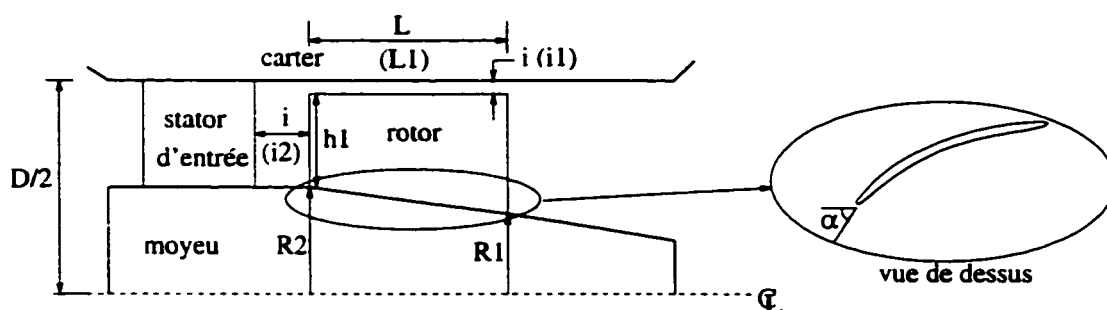


Figure 3.6: Schéma des paramètres géométriques

performance des pompes. Le tableau 3.2 et la figure 3.6 illustrent les paramètres retenus.

3.3.2.1 Ratios géométriques

On utilise des ratios géométriques, obtenus lors de l'analyse dimensionnelle, pour les paramètres du rotor. Ceci assure la similitude géométrique des diverses configurations du plan d'expériences ainsi qu'un nombre minimisé de paramètres. Par exemple, toutes les dimensions sont normalisées par le diamètre caractéristique de notre pompe: D_2 , diamètre du moyeu à l'entrée du rotor. Ainsi, on normalise la longueur axiale du rotor (L_1), l'interstice axial du rotor (i_2), la hauteur radiale de la pale (h_1) et le diamètre de sortie au moyeu du rotor (D_1) (figure 3.6). L'interstice radial du rotor " i_1 " est fixé à $60 \mu\text{m}$. Notons qu'on retrouve le diamètre extérieur

total du rotor, en faisant la somme de $D2 + h1 + i1$. On utilise aussi le ratio des angles d'entrée et de sortie ($\alpha_{\text{entrée}}, \alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}$), de pair avec une procédure de description de la forme des pales bien définie dans CFX-BladeGen. Les principaux paramètres géométriques¹⁰ et les réponses du plan d'expériences étant identifiés, on peut maintenant présenter la procédure de modélisation associée à chaque essai.

3.3.3 Procédure associée à la modélisation

La mise en oeuvre de chaque expérience suit une procédure de résolution bien définie. En effet, chaque essai correspond à une configuration particulière de la pompe. On construit les courbes caractérisiques (ϕ vs η , ϕ vs W et ϕ vs ψ), desquelles on obtient l'information des variables de réponse du plan d'expériences. Pour obtenir les caractéristiques au point optimal pour nos conditions d'opération¹¹, on effectue des sous-itérations selon un algorithme de Cordier. La particularité de cette nouvelle approche de design de turbomachines repose sur l'intégration de cet algorithme à la boucle de design. Les prochaines sections présentent l'évolution des diverses variations de cet algorithme vers la procédure de design définitive.

3.4 Précurseur aux algorithmes de résolution

Lors de la planification statistique d'expériences, on recommande une étape de tamisage avant de passer à l'étape de modélisation. Dans notre étude, cette étape

¹⁰facteurs, intrants

¹¹c'est-à-dire le rendement maximum au point de design

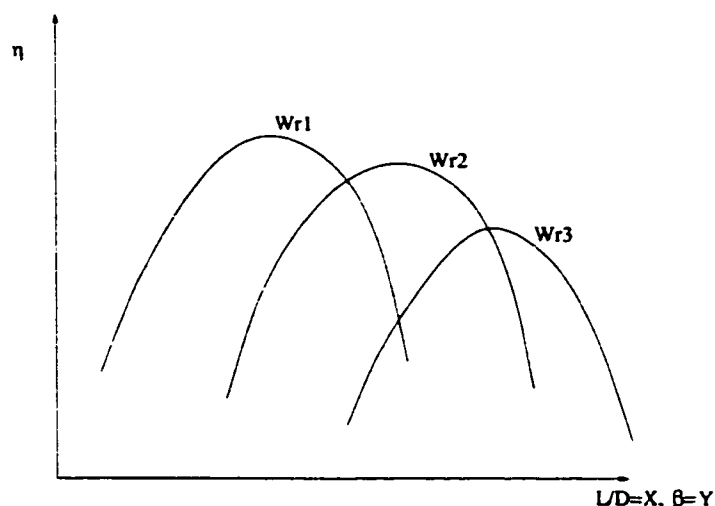


Figure 3.7: Exemple d'abaques

est assimilée à de nombreuses modélisations, via des plans d'expériences, réalisées en vue de la création d'abaques de performances des turbomachines.

En effet, l'idée de base fut de créer un répertoire de données de simulations numériques, corrélées sous forme d'abaques; ces dernières obtenues suite à une modélisation du procédé. L'idée d'abaques s'avère intéressante dans une perspective de sélection du moteur électrique dont les spécifications sont inconnues. Ainsi, pour un moteur existant, on peut tirer les caractéristiques du rotor de la pompe appropriée des abaques. Grâce aux paramètres adimensionnels (ϕ, ψ) et aux lois de similitudes, on a cru possible de générer des abaques de différentes configurations pour des ratios géométriques donnés. La figure 3.7 illustre le genre d'abaque recherché. On y retrouve, à titre d'exemple, 3 collines de rendement relatives à 3 angles d'enroulement des pales ($Wr1, Wr2, Wr3$) pour un rotor ayant un ratio géométrique ($L/D=X$) et une distribution de courbure des pales ($\beta=Y$) donnés. Ce genre d'abaque donne beaucoup d'information au sujet des différents designs optimaux (3 dans l'exemple précédent) lorsque certains paramètres géométriques sont préalablement fixés.

Tableau 3.3: Caractéristiques des plans d'expériences utilisés pour les séries 1, 2, 3 et 4

Série	Paramètres	Plans d'expériences
1	L= 9, 12, 15 (mm) Wr= 175, 250, 325 (°) β = 30, 40, 50 (%)	Box-Behnken, 15 essais (3 facteurs, 3 modalités)
2	L= 6.318, 7, 8, 9, 9.682 (mm) Wr= 307.95, 325, 350, 375, 392.04 (°) β = 43.18, 50, 60, 70, 76.82 (%)	central-composite, 16 essais (3 facteurs, 5 modalités) (2 réplicats pour le point central)
3	L= 7, 9, 11 (mm) Wr= 275, 325, 375 (°) β = 40, 50, 60 (%)	Box-Behnken, 15 essais (3 facteurs, 3 modalités)
4	L= 5, 6, 7 (mm) Wr= 275, 325, 375 (°) β = 40, 50, 60 (%)	Box-Behnken, 15 essais (3 facteurs, 3 modalités)

Les simulations de ces abaques sont effectuées sans stator de sortie, tel que mentionné dans le choix des composantes¹². On a donc réalisé 5 séries de plans d'expériences. Les 4 premières séries utilisent 3 facteurs géométriques du rotor: la longueur (L), l'angle d'enroulement des pales (Wr) et la distribution de la courbure de la pale (β). Le tableau 3.3 présente les caractéristiques des plans d'expériences de ces séries. La vitesse de rotation (N), le débit (Q), le couple (M), la puissance (W), le rendement hydraulique (η), le gain de pression (ΔP), les coefficients de débit (ϕ) et de chargement (ψ) sont les variables de réponse évaluées. L'angle d'entrée du rotor des séries 1, 2 et 4 est de 75°, tandis que la série 3 évalue des angles d'entrée de 69°, 72° et 75°. Au cours de ces simulations, on a observé l'importance d'un maillage similaire d'une configuration à l'autre. En effet, les variables de réponses présentent des variations dues à ces différences de maillages.

¹²à la section 3.3.1

La procédure de modélisation consiste donc à contruire une colline de rendement pour chaque configuration, et à conserver la valeur du rendement et des autres variables de réponses pour les conditions de débit et de pression les plus près du point d'opération. Or, les réponses obtenues étaient rarement au point de rendement optimum pour la configuration donnée. On retrouve alors une situation semblable à celle du premier test préliminaire sur les modèles empiriques (section 2.3.2.1). En effet, on tente d'analyser statistiquement des données qui ne sont pas "similaires", dans le sens où elles ne se retrouvent pas au même point d'opération, et ce, malgré l'utilisation d'un modèle numérique 3D plus approprié. On ne peut alors conclure l'analyse de ces données, et encore moins obtenir les abaques recherchées.

Chaque série analysée individuellement ne donne pas suffisamment d'information sur le procédé. En fait, les séries ont été effectuées l'une à la suite de l'autre, en tentant d'améliorer la connaissance du procédé d'un plan à l'autre. Puis, afin de générer un polynôme de réponse suffisamment "riche" de données expérimentales, on a combiné les résultats des 4 séries¹³ pour ensuite les analyser à l'aide de STATISTICA. Une surface de réponse fut donc générée, offrant ainsi un optimum "estimé" des paramètres géométriques: à $L=7.8$ mm, $Wr=264.2^\circ$, $\beta=72.1\%$ on obtient un rendement $\eta=35.96\%$ et une puissance adimensionnelle modifiée $W_{adimmod}=2.7481$ ¹⁴; les objectifs d'optimisation sont alors de maximiser le rendement et de minimiser la puissance.

Par la suite, on procède à une 5e série (Box-Behnken de 15 essais), cette fois en utilisant les ratios géométriques: D_{ext}/D , L/D , Wr pour un angle d'entrée de 80° et un D initialisé à 6 mm (tableau 3.4). À chaque essai, on construit une colline de rendement, sur différents N . Au point de rendement maximal, on recalcule un

¹³pour un angle d'entrée de 75°

¹⁴ $W_{adimmod} = \frac{W(J/\sigma)}{N(rad/s)^3 D^{1.5} \rho}$

Tableau 3.4: Caractéristiques du plan d'expériences utilisé pour la série 5

Série	Paramètres	Plan d'expériences
5	$D_{ext}/D = 1.5, 2, 2.5$ $L/D = 1.33, 1.5, 1.67$ $Wr = 200, 250, 300$ (°)	Box-Behnken, 15 essais (3 facteurs, 3 modalités)

Tableau 3.5: Résultats de la convergence des sous-itérations pour la configuration 3 du plan d'expériences de la série 5

It	D (m)	ϕ^*	ψ^*	η^* (%)	Q (l/min)	ΔP (mmHg)	$\epsilon Q $ (%)	$\epsilon \Delta P $ (%)
0	6e-3	0.1358	0.1074	24.69	3.65	136.94	27.05	36.94
1	6.54e-3	0.1372	0.1131	26.05	4.05	123.38	19.04	23.38
2	7.12e-3	0.1414	0.1153	27.34	4.59	108.69	8.06	8.69
3	7.76e-3	0.1436	0.1179	28.29	5.17	96.56	3.36	3.44
4	7.51e-3	0.1432	0.1180	27.93	4.94	101.09	1.22	1.09
5*	7.58e-3	0.1431	0.1178	27.78	5.00	99.82	0.09	0.18

diamètre (D) et une vitesse de rotation (N) à partir d'identités tirées des lois de similitude [3]. Ces nouveaux paramètres ajustent par un facteur de mise à l'échelle la géométrie pour la prochaine itération, jusqu'à l'obtention du point de rendement maximum au point de design. Un exemple du comportement obtenu pour une configuration est illustré au tableau 3.5. On y observe l'évolution de la géométrie au cours des 5 itérations: elle a augmenté de diamètre. Ainsi pour les paramètres géométriques donnés une pompe plus volumineuse affiche un rendement optimal au point d'opération: soit 27.7% pour 5 l/min et 100 mmHg. L'erreur sur le débit ($\epsilon|Q|$) et sur la variation de pression ($\epsilon|\Delta P|$) diminue progressivement pour devenir inférieure à 1%, qui correspond à notre critère d'arrêt. La figure 3.8 illustre l'évolution de ces résultats sous forme graphique. On y observe le déplacement du

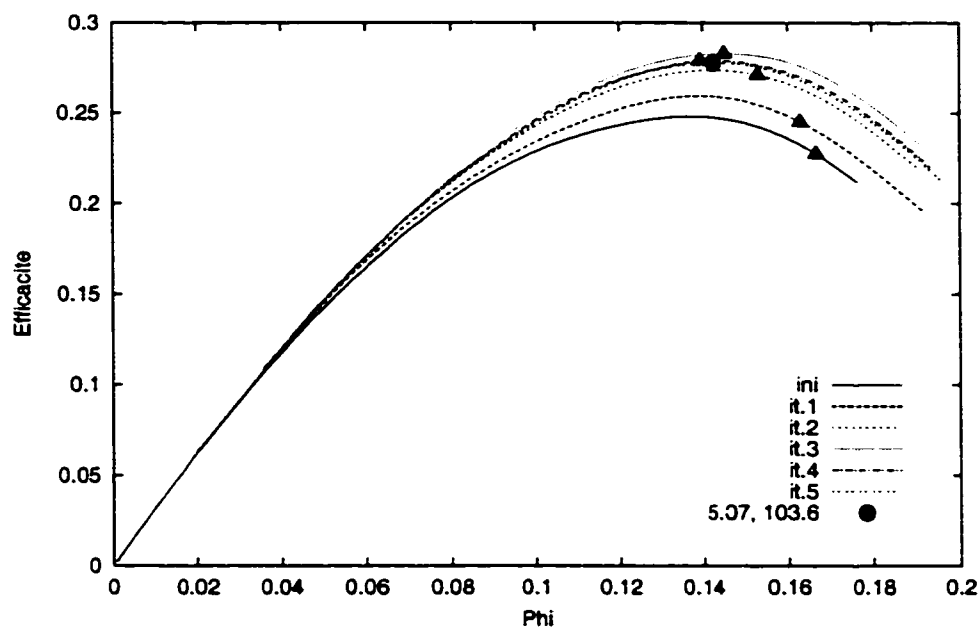


Figure 3.8: Illustration de la convergence d'une optimisation locale d'un essai du plan d'expériences de la série 5 ($D_{ext}/D=1.5$, $L/D=1.667$, $Wr=250$)

point d'opération 5 l/min - 100 mmHg (représenté par les triangles) sur la courbe du rendement pour chaque itération. Ainsi, ce point atteint le sommet de la courbe de la cinquième mise à l'échelle (représenté par un cercle). Cette façon d'itérer correspond à un algorithme de point fixe de mise à l'échelle.

3.5 Algorithmes de résolution

Tel que présenté à la section précédente, il est nécessaire d'utiliser un algorithme de résolution pour guider les sous-itérations de recherche d'optimum de l'étape des simulations 3D de la procédure de design.

La méthode de résolution est la suivante: comme l'illustre la figure 3.9, lorsque l'on modélise une géométrie, on varie la vitesse de rotation de la géométrie pour un gain

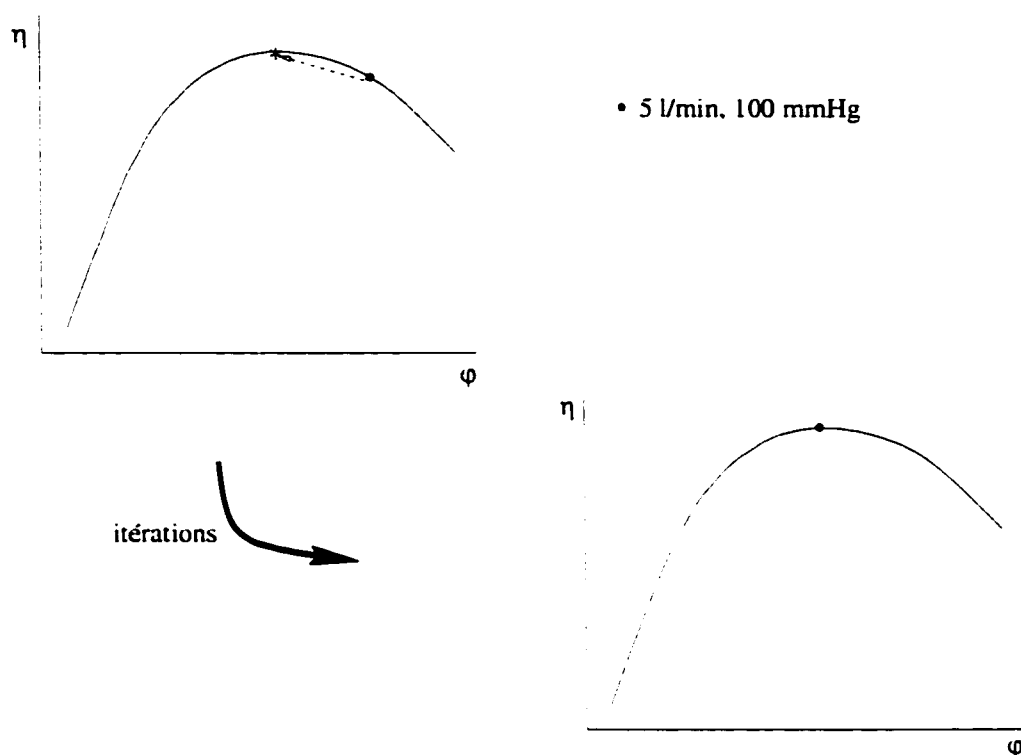


Figure 3.9: Méthodologie de design (notion d'algorithme)

de pression ou un débit donné. En général, on calcule de 8 à 10 points de rendements à des vitesses de rotation différentes. De ces points, on peut alors tracer les courbes de rendement (ϕ vs η) et de chargement (ϕ vs ψ). On peut ainsi déterminer si on se trouve au point de rendement maximum pour la pression et le débit calculés. Dans la majorité des cas, on ne se trouve pas au point optimal (identifié d'une étoile à la figure 3.9), il est donc nécessaire de faire des sous-itérations afin de se déplacer vers le maximum de la colline de rendement. Ces sous-itérations font intervenir les critères de similitude géométrique dont on a parlé précédemment.

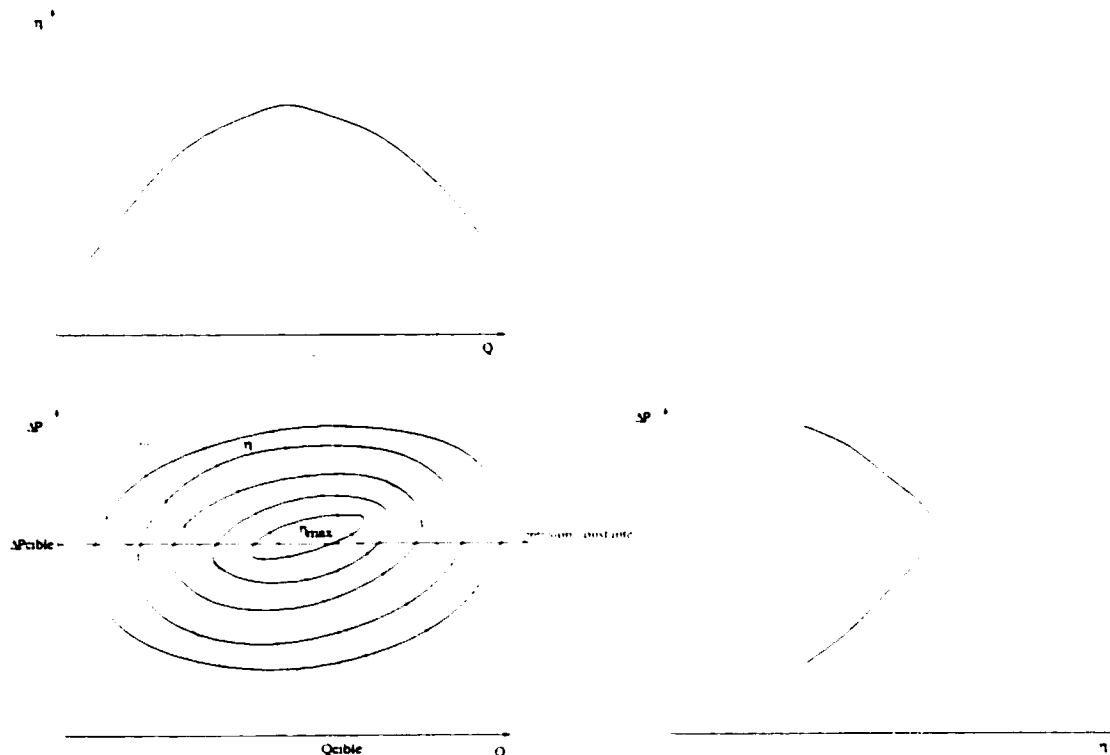


Figure 3.10: Schématisation du domaine de recherche d'optimum

3.5.1 Notion de domaine de recherche d'optimum

On introduit ici un concept de l'algorithme de résolution: la notion de domaine de recherche d'optimum relative aux conditions frontières des calculs numériques. La figure 3.10 représente les courbes caractéristiques d'une pompe. On y observe les courbes iso-rendement ainsi que les courbes de vitesse de rotation (rpm. en vert). Si on tranche les iso-rendement selon une pression ou un débit cible, cette "tranche" correspond à un domaine (sur une ligne) de recherche d'optimum (selon le débit ou le gain de pression). C'est-à-dire que l'on doit se déplacer sur cette ligne-cible afin d'obtenir des conditions au rendement maximum. On remarque d'ailleurs que cette ligne-cible se traduit par la représentation usuelle de la colline de rendement.

Dans le cas du domaine de “pression-constante”, on réalise des simulations pour un gain de pression donné, soit 100 mmHg. On coupe selon une ligne de pression-cible dans la zone optimale de rendement maximum (ligne bleue, figure 3.10). On obtient alors différentes valeurs de débits pour des conditions frontières fixes en pression. Dans le cas du domaine de “débit-constant”, on réalise des simulations pour un débit donné, soit 5 l/min. On coupe selon une ligne de débit-cible dans la zone optimale de rendement maximum (ligne en rouge, figure 3.10), et on obtient différentes valeurs de gains de pression. Or, le but est d’obtenir un rendement maximum pour un débit de 5 l/min et un gain de pression de 100 mmHg donnés. On a donc besoin d’un algorithme pour itérer sur la solution obtenue, afin d’obtenir le bon débit dans le cas d’une “pression-constante” (et le bon gain de pression statique) et dans le cas du “débit-constant” le bon gain de pression statique.

3.5.1.1 Remarques

Les conditions frontières associées à la “pression-constante” furent les premières utilisées. En effet, on cherche à simuler la pompe avec des conditions similaires aux conditions présentes au laboratoire. Sur le banc d’essai, on caractérise le fonctionnement du prototype à l’aide d’un circuit où la résistance du système est la variable de contrôle (le gain de pression). Ces conditions frontières numériques de pression (en réalité un gain de pression total imposé à 100 mmHg) ne correspondent pas au gain de pression statique recherché, ce qui ajoute une boucle d’itération dans l’algorithme.

Par la suite, la procédure au laboratoire fut modifiée et le débit est devenu la variable de contrôle du circuit. On a donc modifié nos conditions frontières numériques pour des conditions de débit-cible à la sortie. Cela a eu comme avantage numérique,

de diminuer le nombre de simulations associées aux sous-itérations car contrairement au cas à “pression-constante” la condition de débit prescrite est conservée, et d’améliorer la convergence des simulations. Ce sont donc ces conditions frontières à “débit-constant” qui sont retenues pour la suite de l’étude.

3.5.2 Algorithme de référence: Cordier

Notre procédure de recherche du point optimum au point d’opération est basée sur l’algorithme de Cordier, présenté dans Wright [3], dont les grandes lignes consistent à:

- Mise à l’échelle pour une spécification de performance: ΔP , Q , ρ .
- Utilisation de Ns et Ds au rendement maximum (η_{max}).
- Atteinte de N et D optimum.

Cette procédure préserve l’opération au meilleur point de design, ce qui occasionne alors un changement de taille “optimal” (mise à l’échelle), et sous-entend une similitude géométrique ainsi qu’un nombre de Reynolds raisonnable. Ainsi cet algorithme donne lieu aux identités suivantes [3](utilisées à la section 3.4):

$$D = \frac{Q^{1/2}}{(\frac{\Delta P_T}{\rho})^{1/4}} \cdot \frac{\psi^{1/4}}{\phi^{1/2}} \quad (3.22)$$

$$N = \frac{(\frac{\Delta P_T}{\rho})^{3/4}}{Q^{1/2}} \cdot \frac{\phi^{1/2}}{\psi^{3/4}} \quad (3.23)$$

$$Ns = \frac{NQ^{1/2}}{(\frac{\Delta P_T}{\rho})^{3/4}} = \frac{\phi^{1/2}}{\psi^{3/4}} \quad (3.24)$$

$$Ds = \frac{D(\frac{\Delta P_T}{\rho})^{1/4}}{Q^{1/2}} = \frac{\psi^{1/4}}{\phi^{1/2}} \quad (3.25)$$

Ces identités sont à la base des algorithmes de résolution utilisés pour mettre à l'échelle les configurations. C'est en effet grâce à une mise à l'échelle de la géométrie que l'on détermine les caractéristiques optimales au point d'opération. Notons que si ϕ diminue et que ψ augmente alors la vitesse de rotation N aura tendance à diminuer et le diamètre D aura tendance à augmenter. Et si ψ est supérieur à l'unité pour un ϕ constant alors N diminue plus rapidement que D n'augmente. Cet algorithme correspond à un algorithme de point fixe et en possède les caractéristiques de convergence [127].

Rappelons que l'algorithme de point fixe correspond essentiellement à la mise à jour d'une quantité à l'aide d'une fonction ($g(x)$):

1. pour un critère d'arrêt, un nombre maximal d'itération
2. pour x_0 , valeur initiale
3. effectuer $x_{n+1}=g(x_n)$
4. arrêt si $\frac{|x_{n+1}-x_n|}{|x_{n+1}|} < \text{critère d'arrêt}$ ou atteint le nombre maximal d'itération
5. retour à l'étape 3

Pour une racine r ($r = g(r)$), le taux de convergence de la méthode de point fixe sera donné par $|g'(r)|$. Un point fixe r de la fonction $g(x)$ est dit attractif si $|g'(r)| < 1$ et répulsif si $|g'(r)| > 1$. On obtient un cas indéterminé lorsque $|g'(r)| = 1$. On doit donc identifier les fonctions $g(x)$ qui correspondent à notre application: $D=\text{fcn}(Q, \Delta P, \phi, \psi, N)$ et $N=\text{fcn}(Q, \Delta P, \phi, \psi, D)$. Or $|g'(r)|$, dans les identités associées au point fixe, tend vers 1 dans la plupart des variations présentées à la section suivante. Ceci occasionne des problèmes d'instabilité. Par conséquent, on tentera d'améliorer l'algorithme de Cordier, afin de réduire les possibilités d'instabilités.

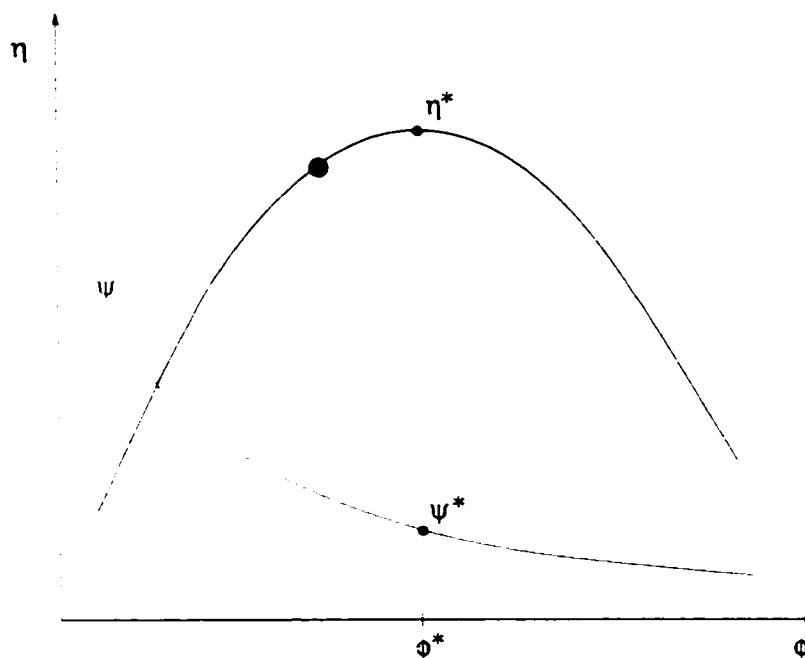


Figure 3.11: Illustration des quantités "étoiles", dite optimales sur un graphe de caractéristiques des pompes

3.5.3 Variantes de l'algorithme de Cordier

Les identités pour N et D correspondent à une forme de la fonction $g(x)$ du point fixe. Pour simplifier l'algorithme, il existe essentiellement 2 possibilités de mise à l'échelle: itérer sur D et mettre à jour N ou l'inverse. On recherche des relations pour D et N en fonction des quantités cibles $(Q, \Delta P)$ connues ou des quantités cibles calculées à partir des simulations numériques (η^*, ϕ^*, ψ^*) .

On peut rappeler la base de l'algorithme de la façon suivante: comme on peut le voir à la figure 3.11, on obtient la valeur associée au point rouge, mais on désire obtenir celle associée aux quantités indexées d'une étoile, correspondant au point optimum. Puisque la courbe de rendement est un polynôme du 2e degré, on peut

calculer son point optimal:

$$\eta = f(\phi) \quad (3.26)$$

$$\eta = a_0 + a_1\phi + a_2\phi^2 \quad (3.27)$$

alors

$$\frac{\partial \eta}{\partial \phi} = 0 \quad \text{et} \quad \phi^* = -\frac{a_1}{2 \times a_2}$$

En substituant ϕ^* dans l'équation 3.27 de η , on trouve η^* . On peut attribuer à ψ une équation du même ordre que celle de η , et en y substituant le ϕ^* précédent, on détermine ψ^* . Ainsi, à partir des quantités optimales, on peut déterminer le nouveau diamètre qui détermine le facteur de mise à l'échelle pour la prochaine itération (D_{nouveau}/D).

On a développé quelques possibilités de point fixe, soient des relations pour D et N , à partir des identités (équations 3.22 et 3.23). Ces variantes sont fonction des valeurs-cibles et sont représentées par les relations du tableau 3.6 (les indices "n" et "n-1" représentent l'étape courante et l'étape précédente respectivement).

Ces approches sont sensiblement équivalentes quant à leur comportement au niveau de la convergence (tableau 3.7). On y observe une différence plus importante au niveau du premier ajustement (itération 0), à partir d'un diamètre initial de 6 mm. Après 4 itérations, on atteint des valeurs similaires de D et N , ce qui rend les approches interchangeables au gré de l'utilisateur. On arrête ainsi le choix de point fixe de la fonction D , sur l'équation suivante:

$$D_n = \left(\frac{Q\rho}{\Delta P}\right)_{\text{cible}} \frac{\psi_{n-1}}{\phi_{n-1}} N_n \quad (3.28)$$

Tableau 3.6: Variantes du point fixe de Cordier pour N et D

Approche	Formes de D_n et N_n
1	$D_n = \left(\frac{Q_{cible}}{Q_{n-1}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\Delta P_{n-1}}{\Delta P_{cible}}\right)^{\frac{1}{4}} D_{n-1}$ $N_n = \left(\frac{\Delta P_{cible}}{\Delta P_{n-1}}\right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{Q_{n-1}}{Q_{cible}}\right)^{\frac{1}{2}} N_{n-1}$
2	$D_n = \left(\frac{\Delta P_{cible}}{\Delta P_{n-1}}\right)^{\frac{1}{2}} D_{n-1}$ $N_n = \frac{Q_{cible}}{Q_{n-1}} N_{n-1}$
3	$D_n = \left(\frac{Q_{cible}}{Q_{n-1}}\right)^{\frac{1}{3}} D_{n-1}$ $N_n = \left(\frac{\Delta P_{cible}}{\Delta P_{n-1}}\right)^{\frac{1}{2}} N_{n-1}$
4	$D_n = \frac{1}{3} \left[\left(\frac{Q_{cible}}{Q_{n-1}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\Delta P_{n-1}}{\Delta P_{cible}}\right)^{\frac{1}{4}} + \left(\frac{\Delta P_{cible}}{\Delta P_{n-1}}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{Q_{cible}}{Q_{n-1}}\right)^{\frac{1}{3}} \right] D_{n-1}$ $N_n = \frac{1}{3} \left[\left(\frac{\Delta P_{cible}}{\Delta P_{n-1}}\right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{Q_{n-1}}{Q_{cible}}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{Q_{cible}}{Q_{n-1}}\right) + \left(\frac{\Delta P_{cible}}{\Delta P_{n-1}}\right)^{\frac{1}{2}} \right] N_{n-1}$

Tableau 3.7: Exemple de D(mm) et N(rad/s) obtenus par les 4 variantes

Itérations	Variantes du point fixe			
	Approche 1	Approche 2	Approche 3	Approche 4
0	D=3.897 N=1909	D=5.723 N=523	D=4.443 N=1240	D=4.688 N=1224
1	D=4.011 N=1950	D=3.725 N=2122	D=3.914 N=2005	D=3.883 N=2026
2	D=3.850 N=2073	D=3.804 N=1839	D=3.838 N=1992	D=3.832 N=1968
3	D=3.966 N=1989	D=3.670 N=2175	D=3.865 N=2049	D=3.834 N=2071
4	D=3.794 N=2027	D=3.660 N=1939	D=3.750 N=1997	D=3.735 N=1988

pour laquelle plusieurs mises à jour de N ont été étudiées:

$$N_n = \frac{Q_{cible}}{D_{n-1}^3 \phi_{n-1}} \rightarrow N_n = \frac{Q_{cible}}{Q_{n-1}} N_{n-1} \quad (3.29)$$

$$N_n = \left(\frac{\Delta P_{cible}}{\psi_{n-1} \rho D_{n-1}^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.30)$$

$$N_n = \frac{\Delta P_{cible}^{\frac{3}{4}} \phi_{n-1}^{\frac{1}{2}}}{\rho^{\frac{3}{4}} Q_{cible}^{\frac{1}{2}} \psi_{n-1}^{\frac{3}{4}}} \quad (3.31)$$

Ces relations pour N ont un comportement similaire sur D sans offrir d'améliorations notables à la stabilité de l'algorithme. On revient alors à la formulation de l'équation 3.22 pour D et on cherche à établir des relations pour N en fonction des valeurs optimales ϕ^* et ψ^* , illustrés à la figure 3.11. En utilisant la définition de la puissance:

$$W_{cible} = Q_{cible} \Delta P_{cible} = \phi^* \psi^* D_n^5 N^3; \quad (3.32)$$

on retrouve la relation pour N:

$$N = \left(\frac{Q_{cible} \Delta P_{cible}}{\rho \phi^* \psi^* D_n^5} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.33)$$

Ainsi l'équation 3.33, sert de mise à jour de la vitesse de rotation en fonction du diamètre courant. En effet, cette relation utilise une information plus complète (ϕ^* et ψ^*) pour la mise à jour de N. À partir des quantités optimales on peut aussi mettre à jour le gain de pression, le débit et la vitesse correspondants au rendement optimal:

$$\Delta P_{\eta^*} = \rho D_{courant}^2 \left(\frac{Q_{cible}}{\phi^* D_{courant}^3} \right)^2 \psi^* \quad (3.34)$$

$$Q_{\eta^*} = \phi^* N_{\eta^*} D_{courant}^3 \quad (3.35)$$

$$N_{\eta^*} = \frac{Q_{cible}}{\phi^* D_{courant}^3} \quad (3.36)$$

L'algorithme vise essentiellement à déterminer le nouveau diamètre duquel on fera une mise à jour de la vitesse N . Cette vitesse est nécessaire comme point de départ pour le calcul de la colline de rendement de la nouvelle géométrie mise à l'échelle.

3.5.4 Algorithmes pour déterminer D_{n+1}

Le premier algorithme consiste à une mise à jour de D et N selon les identités présentées à la section 3.5.2:

$$D_{n+1} = \frac{Q_{cible}^{1/2}}{\left(\frac{\Delta P_{cible}}{\rho}\right)^{1/4}} \cdot \frac{\psi^{*1/4}}{\phi^{*1/2}} \quad (3.37)$$

$$N_{n+1} = \frac{\left(\frac{\Delta P_{cible}}{\rho}\right)^{3/4}}{Q_{cible}^{1/2}} \cdot \frac{\phi^{*1/2}}{\psi^{*3/4}} \quad (3.38)$$

En règle générale, on itère de la façon suivante pour chaque modélisation (pour un D_n et un facteur de mise à l'échelle donnés):

1. mise à l'échelle de la géométrie
2. calcul de la colline de rendement pour D_n : ϕ^* , ψ^* , ΔP_n
3. calcul des nouveaux D et N (équations 3.37 et 3.38): D_{n+1} et N_{n+1}
4. calcul du facteur de mise à l'échelle: $\text{facteur} = \frac{D_{n+1}}{D_n}$
5. réinitialisation: $D_{n+1} = D_n$
6. retour à l'étape 1, tant qu'un critère d'arrêt n'est pas satisfait.

Étant donné les caractéristiques de convergence de cet algorithme, on tente de l'améliorer par diverses formulations du nouveau D^{15} :

1. Moyenne: On utilise une moyenne arithmétique des quantités précédentes pour évaluer les quantités courantes, $D_{n+1} = \frac{D_n + D_{ptfix}}{2}$, $N_{n+1} = \frac{N_n + N_{ptfix}}{2}$.
2. Gain de pression: On modifie D en fonction du gain de pression et des diamètres des 2 étapes précédentes: $D_{n+1} = D_n [(\frac{\Delta P_n}{\Delta P_{cible}})^{\frac{1}{4}} - (\frac{\Delta P_n}{\Delta P_{cible} + \Delta P_n})^{\frac{1}{4}}] + (\frac{\Delta P_n}{\Delta P_{cible} + \Delta P_n})^{\frac{1}{4}} D_{n-1}$. La vitesse N_{n+1} est évaluée selon l'équation 3.33.
3. Variations: On ajoute aux quantités courantes une légère variation (δ) déterminée à partir des relations $\phi = \frac{Q}{ND^3}$ et $\psi = \frac{\Delta P}{\rho N^2 D^2}$ à travers les fonctions $f_\phi = (\phi ND^3 - Q)$ et $f_\psi = (\psi \rho N^2 D^2 - \Delta P)$: $D_{n+1} = D_n + \delta D$ et $N_{n+1} = N_n + \delta N$.
4. Prédiction/correction (Newton): On prédit avec le point fixe (N_{ptfix} par l'équation 3.33) et on corrige avec un algorithme de Newton (figure 3.12), ce qui sous-entend des sous-itérations supplémentaires (en rouge sur la figure). Ainsi $D_{n+1} = D_n + (\frac{D_{ptfix} - D_n}{\Delta P_{ptfix} - \Delta P_n})(\Delta P_{cible} - \Delta P_n)$ et N_{n+1} est déterminée selon l'équation 3.33.
5. Bissection: On suppose que le D correspondant à la solution optimale se situe entre 2 variations de D (figure 3.13) et on doit déterminer la direction du déplacement du prochain D . Ainsi, en utilisant la relation $varP = \Delta P^* - \Delta P_{cible}$, on définit le nouveau $D_{n+1} = \frac{D_{n-1} + D_n}{2}$ si la condition $(varP_{n-1} \times varP_n) < 0$ est respectée (i.e. changement de signe). Puis, si $(varP_{n-1} \times varP_{n+1}) < 0$ alors on met à jour les quantités $D_{suivant} = D_{n-1}$, sinon $D_{suivant} = D_n$, puis on réinitialise $D_{n-1} = D_{n+1}$ et $D_n = D_{suivant}$. N_{n+1} est déterminée selon l'équation 3.33.

¹⁵ici D_{ptfix} et N_{ptfix} correspondent aux équations 3.37 et 3.38 respectivement

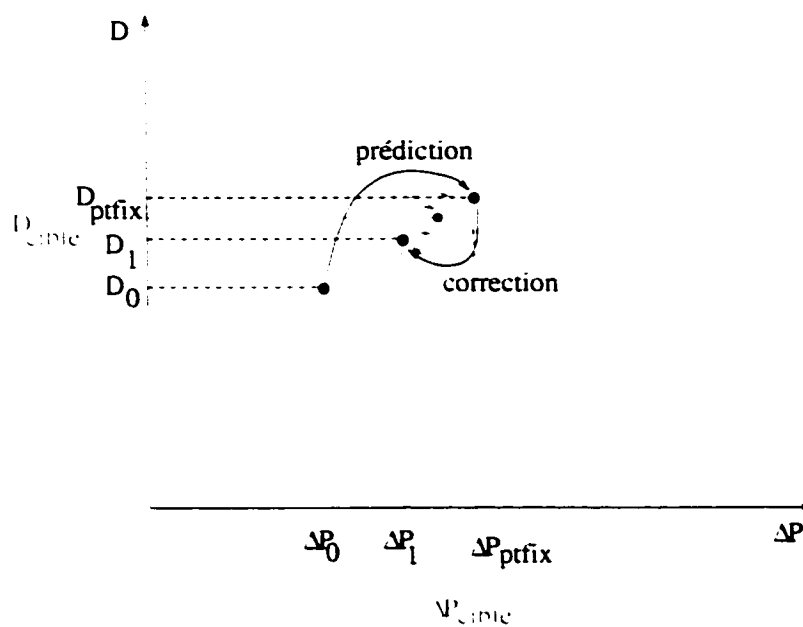


Figure 3.12: Illustration de l'algorithme de prédiction correction

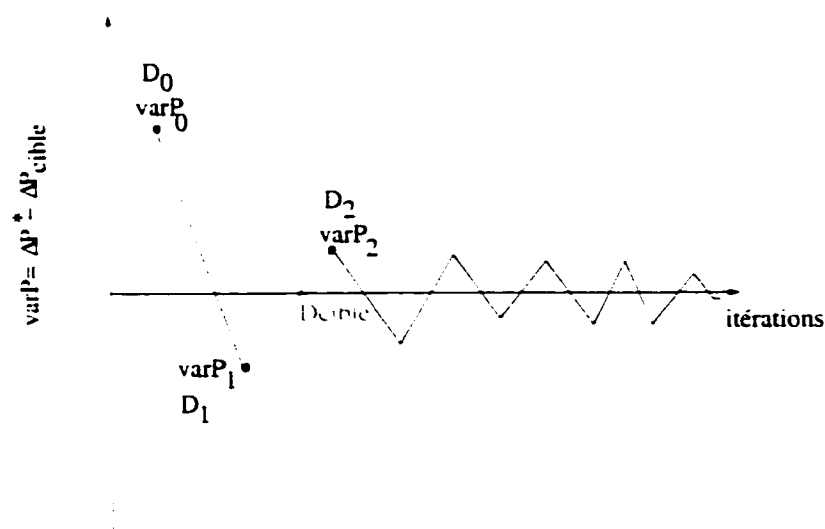


Figure 3.13: Illustration de l'algorithme de bisection

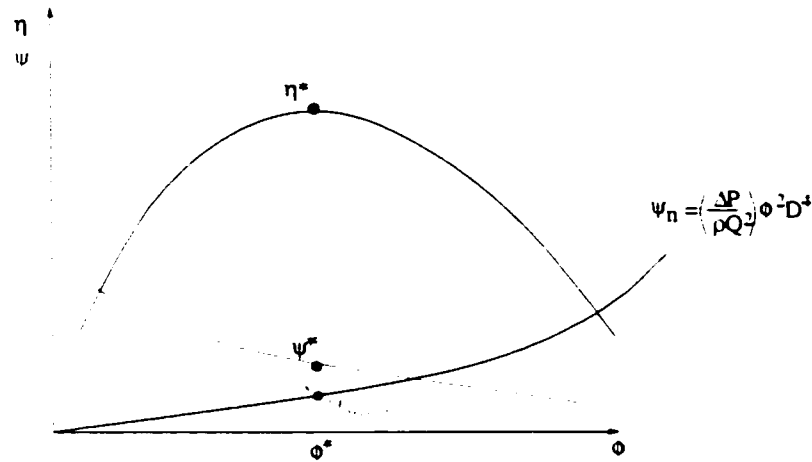


Figure 3.14: Illustration de l'algorithme $v_{projeté}$

6. Interpolation: Cet algorithme est semblable à celui de bisection où, $D_{n+1} = D_n - \text{var}P_n \left(\frac{D_n - D_{n-1}}{\text{var}P_n - \text{var}P_{n-1}} \right)$ si la condition $(\text{var}P_{n-1} \times \text{var}P_n) < 0$ est respectée. Puis, si $(\text{var}P_{n-1} \times \text{var}P_n) > 0$ alors on met à jour $D_n = D_{n-1}$ sinon $D_{n+1} = D_{n-1}$. La vitesse N_{n+1} est évaluée selon l'équation 3.33.
7. $v_{projeté}$: On utilise la notion de $v_{projeté}$ tel qu'illustré à la figure 3.14. On y observe une courbe v_n idéale qui donne un $v_{projeté}$ aux conditions optimales. Lorsque le v^* atteindra la valeur du $v_{projeté}$, on aura atteint les conditions optimales. On compare donc $v_{projeté} = \left(\frac{\Delta P_{cible}}{\rho Q_{cible}^2} \right) \phi^{*2} D_n^4$ et v^* , s'il y a changement de signe, alors $D_{n+1} = D_n + \text{incrément}$, où l'incrément devient de plus en plus petit à chaque changement de signe de $\Delta v = v^* - v_{projeté}$. N_{n+1} est déterminée selon l'équation 3.33.

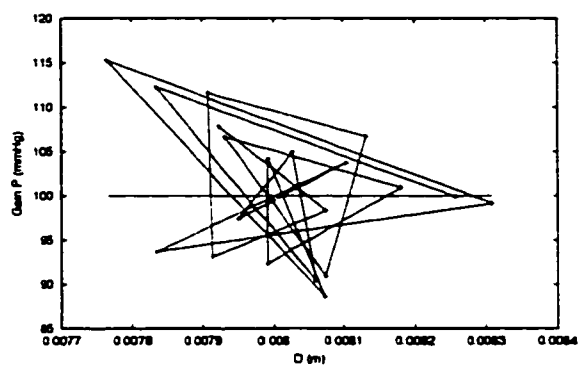
On illustre quelques exemples de convergence des variantes précédemment citées à la figure 3.15. Comme on peut le voir en (a), on a cherché à améliorer la convergence de l'algorithme de point fixe, où plusieurs itérations ont oscillé autour de l'optimal, avant d'obtenir la solution pour le gain de pression cible. En (b), (c) et (d), on remarque l'instabilité des variantes, plus importante que celle du point fixe en (a).

L'algorithme de prédiction/correction, en (b), s'est déplacé très loin de la valeur cible, pour s'en approcher puis s'en éloigner de nouveau (un autre comportement oscillant). Ceux d'interpolation (c) et de bisection (d) se sont aussi approchés de la cible pour s'en éloigner par la suite. Ces algorithmes ne démontrent pas une amélioration par rapport au comportement de l'algorithme de point fixe. Si ce dernier est trop instable, on peut introduire un facteur de relaxation de la mise à l'échelle qui facilitera la convergence de l'algorithme. On recherche donc une approche graduelle vers la valeur cible, sans retour à des solutions plus éloignées de la cible que la précédente.

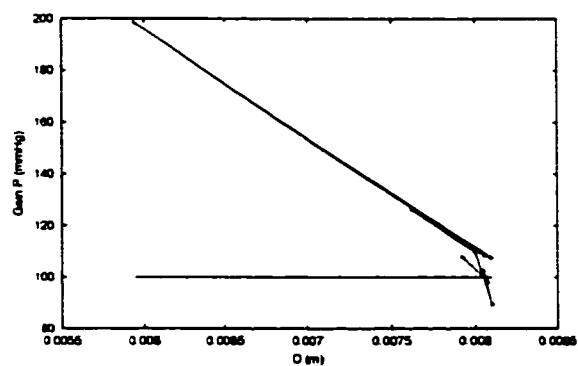
Deux algorithmes affichent des caractéristiques de convergence satisfaisantes. Un algorithme dit d'"intervalle" utilisant la notion de $\psi_{\text{projeté}}$ de la 7e variante (figure 3.16) et l'algorithme de point fixe initial (figure 3.19). Ce sont ces algorithmes qui affichent le comportement le plus stable dans le sens où les autres variantes n'ont pas éliminé les problèmes de convergence oscillatoire de l'algorithme initial. L'algorithme d'"intervalle", tel que son nom l'indique, définit trois intervalles décroissants¹⁶ dans lesquels on recherche le diamètre qui correspond au gain de pression cible. En général, les deux premiers intervalles nécessitent moins d'itérations (2 itérations pour chaque intervalle), comme l'illustre les figures 3.17 et 3.18. Le troisième intervalle (ici identifié par "int. 2") a effectué plus d'itérations (20) dû à l'ajustement plus fin qui le caractérise. Cet algorithme est plus long à converger, mais demeure très stable. Il est surtout utilisé lorsque l'algorithme du point fixe affiche des oscillations démesurées.

Finalement, l'algorithme de point fixe présenté à la figure 3.19 utilise les identités présentées à la section 3.5.4, ainsi qu'un critère d'arrêt sur le gain de pression. La valeur du critère d'arrêt est critique à la convergence de cet algorithme. En effet,

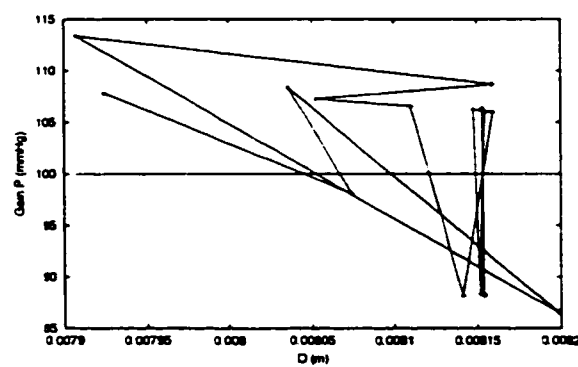
¹⁶int 0, 1 et 2



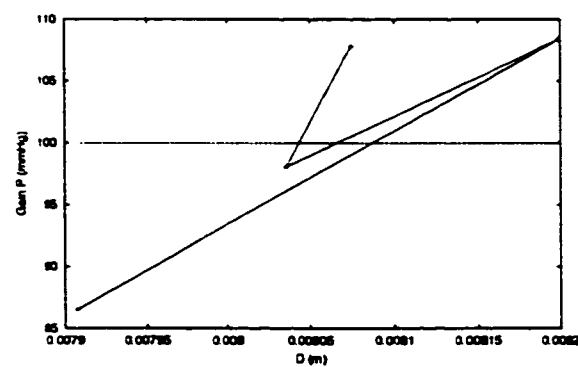
(a) Point fixe



(b) Prédiction/correction



(c) Interpolation



(d) Bissection

Figure 3.15: Convergences de diverses variantes d'algorithme de point fixe

```

liste_intervalle=0.0005 0.00005 0.000001

D0, Dbase

j=0
tant que j<3
faire
    facteur=D0/Dbase

    mise à l'échelle
    calcul colline de rendement
     $\phi^*, \psi^*, \psi_{\text{projeté}} = \left( \frac{\Delta P}{\rho Q^2} \right) D0^4 \phi^{*2}$  et  $\Delta\psi = \psi^* - \psi_{\text{projeté}}$ 

     $\Delta\psi0 = \Delta\psi$ 

    i=1
    tant que résultat est vrai
    faire
        intervalle=liste_intervalle[j]
        D1=D0+intervalle

         $N1 = \left( \frac{\Delta P Q}{\rho} \frac{1}{\phi^* \psi^* D1^5} \right)^{1/3}$ 

        facteur=D1/Dbase
        mise à l'échelle
        calcul colline de rendement
         $\phi^*, \psi^*, \psi_{\text{projeté}} = \left( \frac{\Delta P}{\rho Q^2} \right) D1^4 \phi^{*2}$  et  $\Delta\psi = \psi^* - \psi_{\text{projeté}}$ 

         $\Delta\psi1 = \Delta\psi$ 

        si  $\frac{\Delta\psi0}{\Delta\psi1} > 0$  (changement de signe)
        |
        | alors résultat=1
        | sinon résultat=0

         $\Delta\psi0 = \Delta\psi1$ 
        D1=D1
        D0=D1-intervalle

    i=i+1

j=j+1

```

Figure 3.16: Algorithme "intervalle"

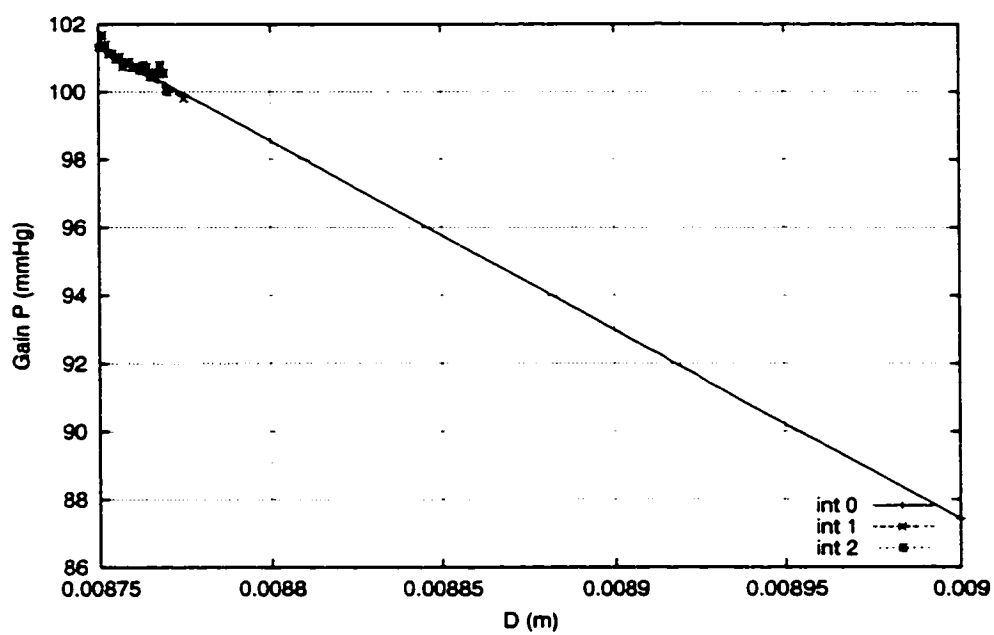


Figure 3.17: Convergence de l'algorithme "intervalle"

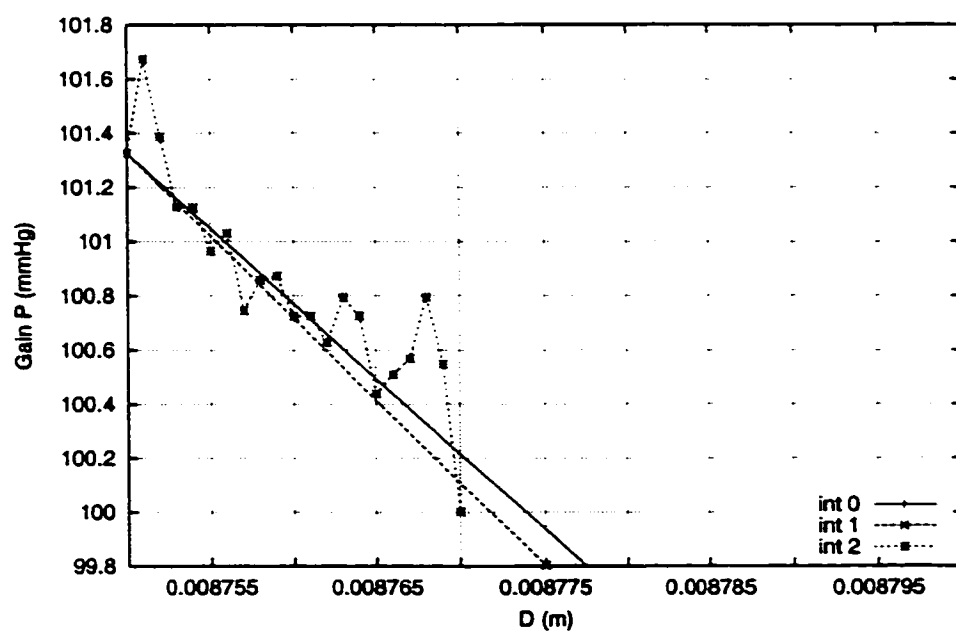


Figure 3.18: Convergence de l'algorithme "intervalle" (agrandissement)

on peut générer des instabilités en utilisant un critère trop sévère, qui n'apporte pas d'information supplémentaire de la part du post-traitement. Ainsi, le point fixe des figures 3.20 et 3.21 affiche une convergence plus satisfaisante que celle à la figure 3.15 (a).

3.5.4.1 Autres variations

On peut très bien composer une variante de ces algorithmes pour déterminer la vitesse de rotation exacte à un débit et un gain de pression donnés. Ceci permet de caractériser une pompe en réalisant des simulations sur toute la plage prévue d'opération. Cela donne un aperçu du fonctionnement de la pompe hors design. Si son comportement hors design est médiocre, on doit alors en déterminer les causes et faire les modifications au design qui s'imposent. La plage d'opération pour notre application est de 2 à 6 l/min contre 80 à 120 mmHg.

L'algorithme pour déterminer la valeur de la vitesse de rotation (N) exacte pour un débit et un gain de pression donné est le suivant (pour un D constant, Q_{cible} , ΔP_{cible}):

1. calculer le $N_{courant}$ et $\Delta P_{courant}$
2. calculer le $N_{nouveau} = \left(\frac{\frac{\Delta P_{cible}}{\rho}}{\frac{\Delta P_{courant}}{\rho N_{courant}^2 D^2}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{D}$
3. retour à l'étape 1

Un exemple d'historique de convergence de cet algorithme est présenté aux figures 3.22 et 3.23. Il affiche un comportement similaire à celui du point fixe.

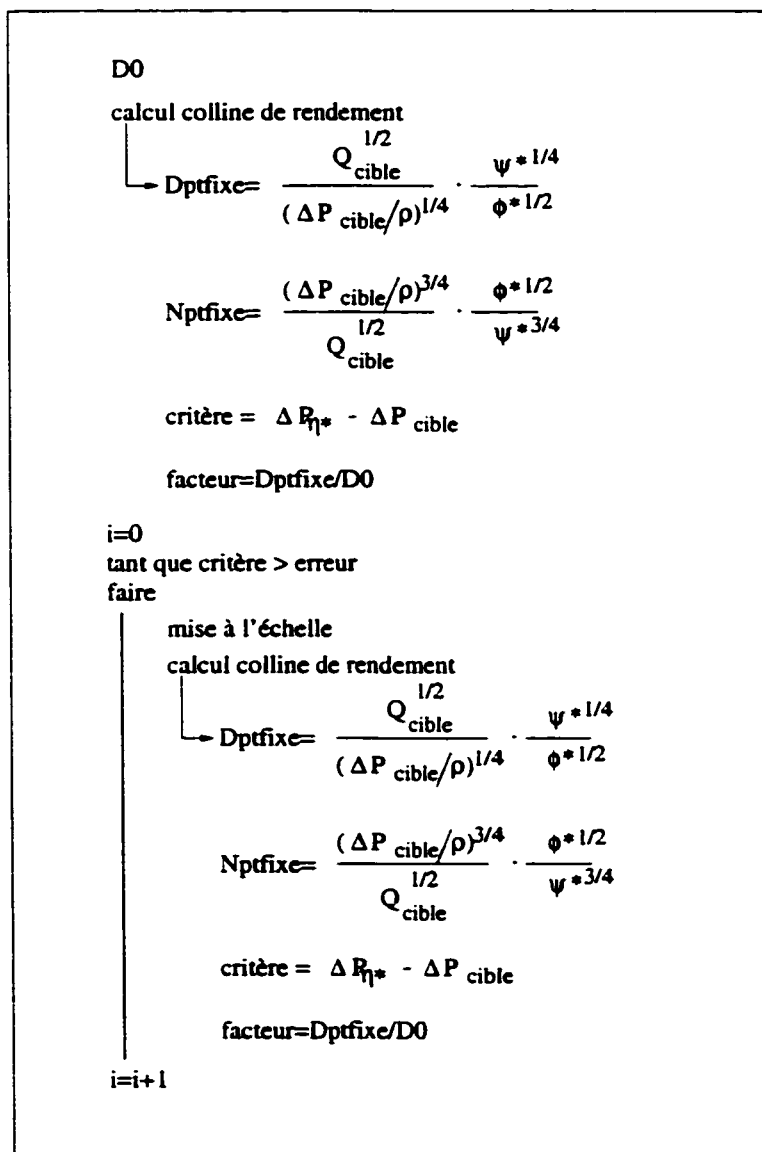


Figure 3.19: Algorithme de point fixe

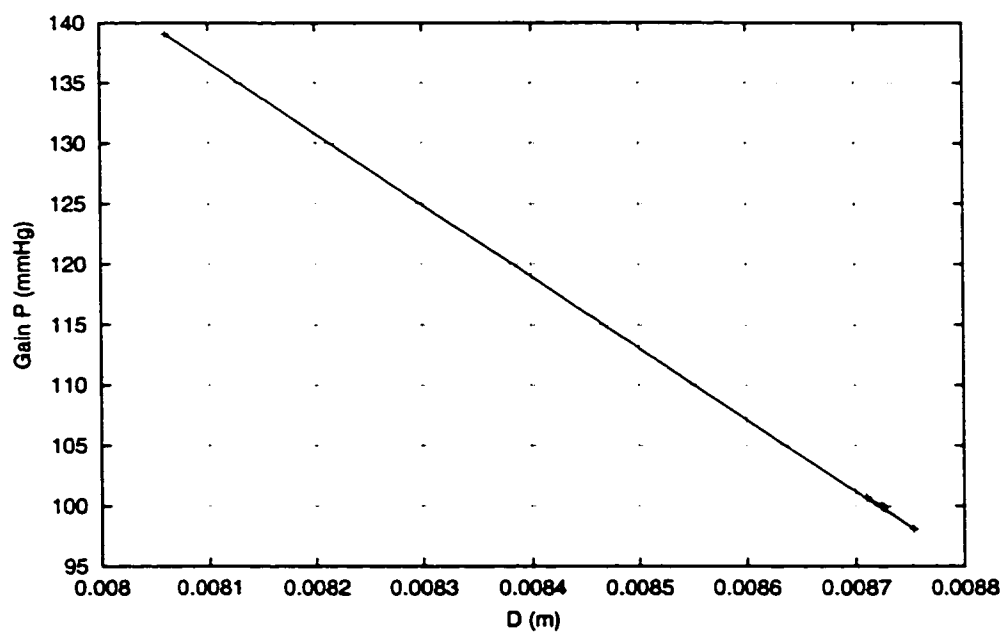


Figure 3.20: Convergence de l'algorithme de point fixe

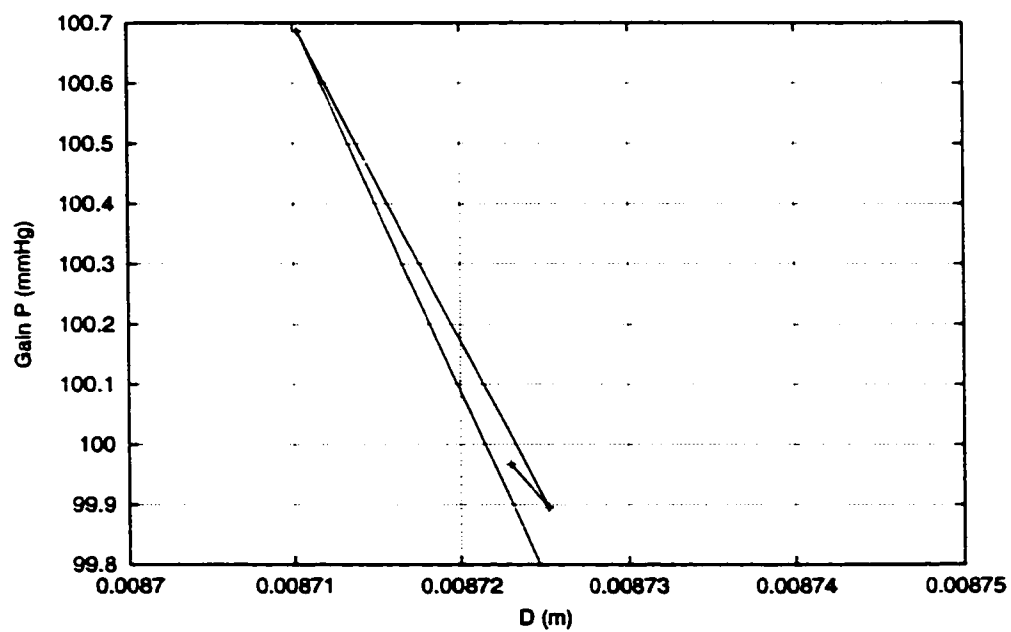


Figure 3.21: Convergence de l'algorithme de point fixe (agrandissement)

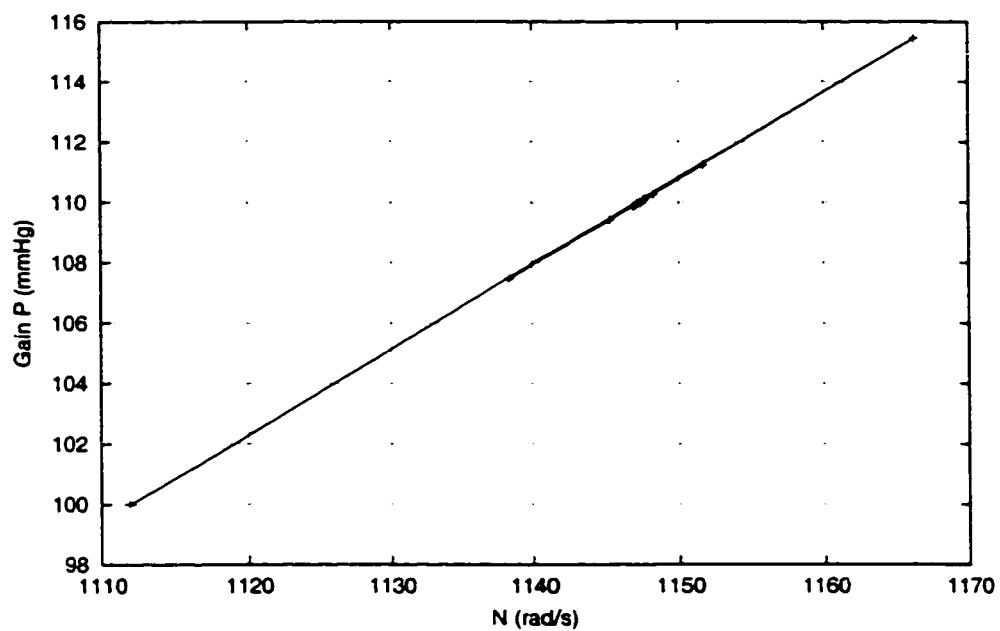


Figure 3.22: Convergence de l'algorithme du N (4 l/min, 110 mmHg)

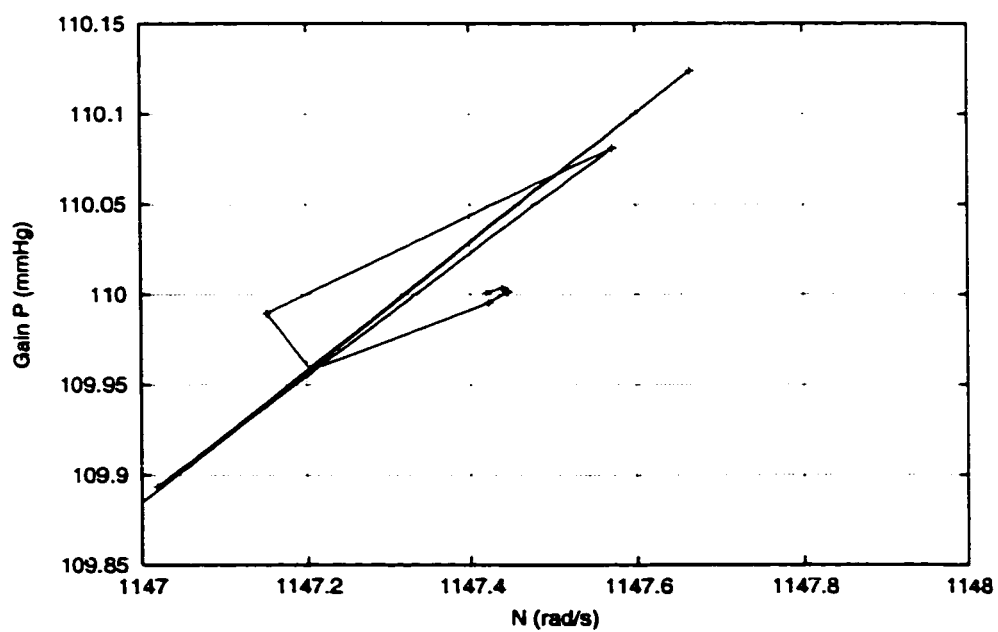


Figure 3.23: Convergence de l'algorithme du N (4 l/min, 110 mmHg, agrandissement)

3.5.5 Remarques sur les algorithmes

Ces algorithmes ont été programmés en langage “shell” sur des stations UNIX. C'est un langage simple d'utilisation qui facilite les transferts d'information entre les divers logiciels utilisés.

Les tentatives d'amélioration de l'algorithme de point fixe par des corrections de Newton, bisection ou interpolation ont échouées, puisqu'elles n'ont pas apporté de stabilité supplémentaire à l'algorithme initial. De plus, le choix du critère d'arrêt est important, tel que discuté précédemment. Initialement, on a utilisé un critère d'arrêt sur la taille D , $(\frac{D_{\text{nouveau}} - D_{\text{ancien}}}{D_{\text{ancien}}}) < 1\%$. Or, comme le facteur de mise à l'échelle est un rapport de diamètres, si la différence est trop petite, le facteur tend vers l'unité et il n'y a plus de mise à l'échelle. On a donc utilisé un critère d'arrêt sur le gain de pression: la différence entre le gain de pression “courant” et le gain de pression “cible” inférieur à 1%. Or, ce critère (en pourcentage d'erreur) est trop sévère car le résultat tombe dans le bruit numérique associé au calcul du post-traitement du gain de pression. On a finalement opté pour critère d'arrêt correspondant à une variation des gains de pression absolue de 0.5 mmHg.

Ces algorithmes correspondent à des optimisations locales¹⁷ des configurations. Ainsi le plan d'expériences ne comprend que des réponses optimisées, à partir desquelles on peut maintenant définir un optimum global qui correspondra à notre nouveau prototype.

¹⁷ dans le sens “unique” à chaque configuration, à chaque essai du plan d'expériences

CHAPITRE 4

APPLICATION À UNE POMPE CARDIAQUE

Ce chapitre présente une application de la méthodologie de design proposée à la conception d'un système d'assistance ventriculaire. La pompe cardiaque examinée correspond au cinquième prototype de Cardianove Inc.

4.1 Description de la géométrie

Le prototype V intègre l'ensemble des données des pompes précédentes dans une méthodologie de design développée spécifiquement pour ce projet. Il représente une évolution par rapport aux prototypes I à IV desquels il conserve la caractéristique la plus importante: un moteur électrique totalement immergé dans le sang. Le rotor et le stator sont situés à l'arrière de la pompe, le bobinage et les aimants permanents à l'avant (figure 4.1). Cette configuration permet de maximiser l'espace nécessaire pour le bobinage et les aimants, de minimiser l'enroulement (W_r) et la longueur du rotor (L_1), de diminuer la vitesse de rotation (N), de maximiser le diamètre du rotor (D_2) et de maximiser le refroidissement du bobinage.

La pompe comprend 3 éléments: 5 aubes directrices à l'entrée, un rotor à 3 pales et un stator de sortie à 5 pales (figure 4.1). On constate que ce prototype présente une topologie mixte. Tel que discuté à la section 3.3.1, seul le rotor est analysé dans le plan d'expériences. La géométrie des aubes directrices demeure la même pour chaque configuration dans nos simulations. Le stator de sortie est donc absent de nos calculs.

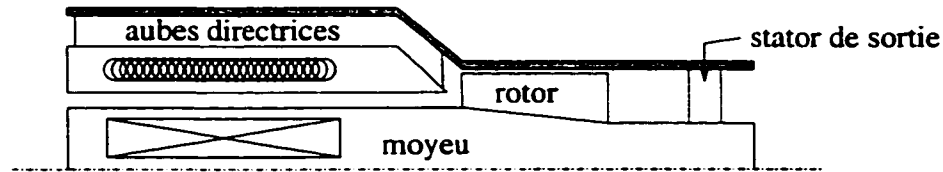


Figure 4.1: Schéma du prototype V

4.2 Méthodologie de design

La méthodologie de design proposée utilise la planification statistique d'expériences (DOE) couplée à un algorithme de Cordier. À la section 3.3.2, on a déterminé que le design du rotor dépend de certains paramètres géométriques adimensionnels: $D1/D2$, $L1/D2$, $h1/D2$, $i2/D2$, $\alpha_{\text{entrée}}, \alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}$ (figure 4.2). Ici, "D2" correspond au diamètre interne à l'entrée du rotor, "D1" au diamètre interne à la sortie du rotor, "L1", à la longueur du rotor, "h1" à la hauteur des pales du rotor, "i2" à l'interstice axial entre le rotor et le stator d'entrée tandis que l'interstice radial du rotor "i1" est fixé à $60 \mu\text{m}$. Le diamètre D2 initial est fixé à 10 mm et les plages de variation des paramètres sont:

$$\begin{aligned}
 D1/D2 &= [0.5, 0.75, 1] \\
 L1/D2 &= [0.5, 1.0, 1.5] \\
 h1/D2 &= [0.3, 0.4, 0.5] \\
 i2/D2 &= [0.025, 0.0625, 0.1] \\
 \alpha_{\text{entrée}}(^{\circ}) &= [70, 75, 80] \\
 \alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}} &= [0.25, 0.5, 0.75]
 \end{aligned}$$

Chaque combinaison de paramètres géométriques (proposé dans le plan d'expériences) représente une configuration possible du prototype, à laquelle sera associée des variables de réponse: ϕ, ψ, η , D2 et N.

Comme on désire optimiser le design, on doit faire le choix d'un plan d'expériences

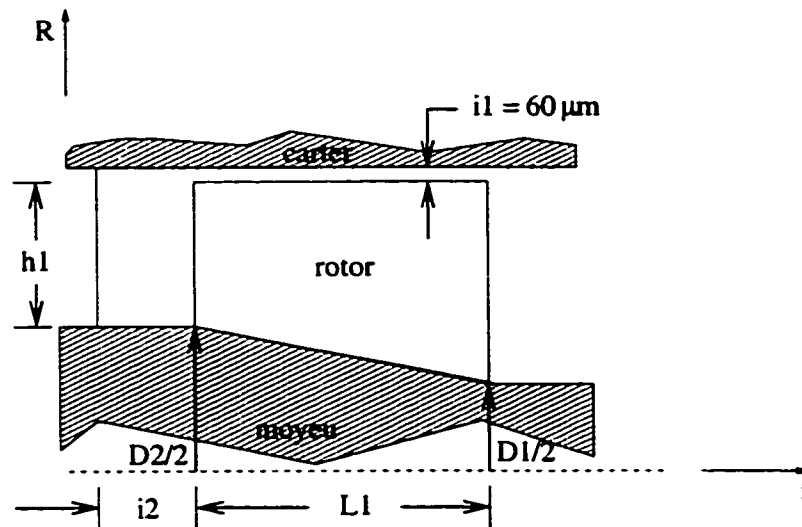


Figure 4.2: Schéma des paramètres géométriques du rotor du prototype V

qui permet de construire les surfaces de réponses recherchées¹. Les tableaux 4.1 et 4.2 présentent la matrice d'expériences utilisée pour la conception du prototype. Cette matrice comporte 51 essais (ou configurations) et correspond au modèle Box-Behnken de 6 facteurs à 3 modalités.

Ce modèle permet d'évaluer les effets principaux et les interactions linéaires entre les paramètres géométriques, tout en minimisant le nombre d'essais. Le paramètre d'angle d'enroulement de la pale, W_r , n'est présenté qu'à titre d'information supplémentaire sur la configuration. En effet, W_r découle directement des paramètres $\alpha_{\text{entrée}}$ et $\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}$. Les variables de réponse sont déterminées au point d'opération, soit 5 l/min contre 100 mmHg, à l'aide d'une mise à l'échelle de la géométrie par l'algorithme de Cordier.

¹modèles quadratiques

Tableau 4.1: Matrice des expériences (partie 1, essais nos 1 à 25 sur 51)

No essai	Paramètres						
	D1/D2	L/D2	h1/D2	i2/D2	$\alpha_{\text{entrée}}$ (°)	$\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}$	Wr (°)
01	0.5	1	0.3	0.0250	75	0.5	168
02	1	1	0.3	0.0250	75	0.5	15
03	0.5	1	0.5	0.0250	75	0.5	143
04	1	1	0.5	0.0250	75	0.5	130
05	0.5	1	0.3	0.1	75	0.5	168
06	1	1	0.3	0.1	75	0.5	15
07	0.5	1	0.5	0.1	75	0.5	143
08	1	1	0.5	0.1	75	0.5	130
09	0.75	0.5	0.3	0.0625	70	0.5	66
10	0.75	0.5	0.5	0.0625	70	0.5	57
11	0.75	1.5	0.3	0.0625	70	0.5	198
12	0.75	1.5	0.5	0.0625	70	0.5	170
13	0.75	0.5	0.3	0.0625	80	0.5	98
14	0.75	0.5	0.5	0.0625	80	0.5	85
15	0.75	1.5	0.3	0.0625	80	0.5	294
16	0.75	1.5	0.5	0.0625	80	0.5	253
17	0.75	0.5	0.4	0.0250	75	0.25	57
18	0.75	1.5	0.4	0.0250	75	0.25	169
19	0.75	0.5	0.4	0.1	75	0.25	57
20	0.75	1.5	0.4	0.1	75	0.25	169
21	0.75	0.5	0.4	0.0250	75	0.75	100
22	0.75	1.5	0.4	0.0250	75	0.75	300
23	0.75	0.5	0.4	0.1	75	0.75	100
24	0.75	1.5	0.4	0.1	75	0.75	299
25	0.5	1	0.4	0.0250	70	0.5	129

Tableau 4.2: Matrice des expériences (partie 2, essais 25 à 51 sur 51)

No essai	Paramètres						
	D1/D2	L/D2	h1/D2	i2/D2	$\alpha_{\text{entrée}}$ (°)	$\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}$	Wr (°)
26	1	1	0.4	0.0250	70	0.5	117
27	0.5	1	0.4	0.1	70	0.5	129
28	1	1	0.4	0.1	70	0.5	117
29	0.5	1	0.4	0.0250	80	0.5	192
30	1	1	0.4	0.0250	80	0.5	173
31	0.5	1	0.4	0.1	80	0.5	192
32	1	1	0.4	0.1	80	0.5	173
33	0.75	1	0.3	0.0625	70	0.25	103
34	0.75	1	0.5	0.0625	70	0.25	89
35	0.75	1	0.3	0.0625	80	0.25	149
36	0.75	1	0.5	0.0625	80	0.25	128
37	0.75	1	0.3	0.0625	70	0.75	174
38	0.75	1	0.5	0.0625	70	0.75	15
39	0.75	1	0.3	0.0625	80	0.75	280
40	0.75	1	0.5	0.0625	80	0.75	241
41	0.5	0.5	0.4	0.0625	75	0.25	61
42	1	0.5	0.4	0.0625	75	0.25	54
43	0.5	1.5	0.4	0.0625	75	0.25	178
44	1	1.5	0.4	0.0625	75	0.25	162
45	0.5	0.5	0.4	0.0625	75	0.75	108
46	1	0.5	0.4	0.0625	75	0.75	95
47	0.5	1.5	0.4	0.0625	75	0.75	315
48	1	1.5	0.4	0.0625	75	0.75	285
49	0.75	1	0.4	0.0625	75	0.5	146
50	0.75	1	0.4	0.0625	75	0.5	146
51	0.75	1	0.4	0.0625	75	0.5	146

Tableau 4.3: Résultats des itérations pour l'essai 01

it	ϕ^*	ψ^*	η^* (%)	N_{η^*} (rad/s)	Q_{η^*} (l/min)	ΔP_{η^*} (mmHg)	facteur	D_{ptfix} (mm)	N_{ptfix} (rad/s)
0	0.2275	0.1333	34.99	366	5	14.75	0.6198	6.198	1538
1	0.2449	0.1260	38.51	1429	4.99	81.61	0.9505	5.891	1664
2	0.2352	0.1304	38.67	1733	4.99	112.17	1.0291	6.062	1590
3	0.2471	0.1256	38.63	1514	5	87.29	0.9666	5.860	1676
4	0.2372	0.1298	38.78	1746	5	112.08	1.0289	6.029	1602
5	0.2303	0.1318	38.44	1651	4.99	107.69	1.0059	6.065	1534
6	0.2354	0.1305	38.76	1587	4.99	99.72	0.9999	6.064	1590

4.2.1 Comportement de l'algorithme

Pour obtenir un point de comparaison représentatif entre ces diverses géométries, il faut que les simulations numériques soient évaluées "optimales" au même point. On utilise un algorithme d'optimisation qui permet d'itérer sur le diamètre D_2 (d'où la mise à l'échelle) en calculant les quantités $D_{2_{final}}$, N , Q et ΔP de façon à obtenir le rendement optimal, au point de design, pour chaque configuration. On peut utiliser les 2 algorithmes définis à la section 3.5.4: algorithme de point fixe ou "intervalle". On itère en général de 4 à 10 fois par expérience.

Les tableaux 4.3 et 4.4 montrent les résultats obtenus pour les essais 1 et 51 par l'algorithme de point fixe. Les résultats sont présentés en termes de ϕ^* , ψ^* , η^* , N_{η^*} , Q_{η^*} , ΔP_{η^*} , facteur, D_{ptfix} et N_{ptfix} ; où "facteur" correspond au facteur de mise à l'échelle. Notons qu'à la convergence N_{η^*} correspond à N_{ptfix} : un second indicateur de convergence utile.

On remarque dans les 2 cas, un facteur important de mise à l'échelle pour la première itération (it 0). En effet, dans l'essai 1 on passe d'un diamètre de 10 mm

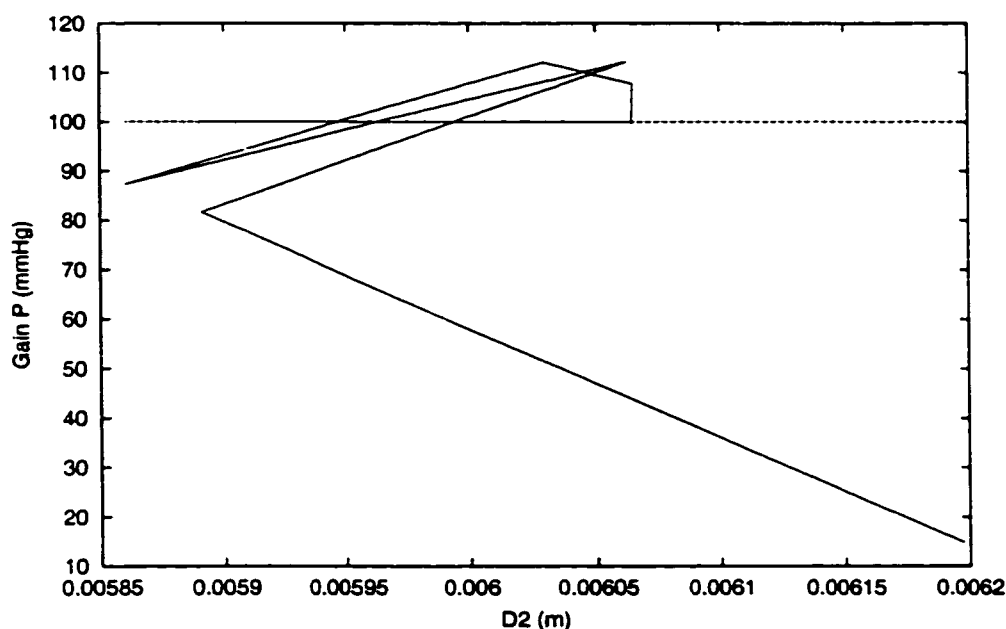


Figure 4.3: Convergence de l'algorithme de point fixe pour l'essai no 1

à 6.2 mm et dans l'essai 51, de 10 mm à 5.25 mm. On est donc très éloigné du point optimal d'opération, comme l'indique ΔP_{η^*} : 14.75 mmHg pour l'essai 1 et 7.61 mmHg pour l'essai 51. L'essai 1 converge assez rapidement avec 6 itérations et la figure 4.3 illustre l'historique de cette convergence. Ainsi, pour cette configuration (représentative du comportement généralement observé pour ce plan d'expériences) l'algorithme de point fixe s'avère d'une stabilité satisfaisante.

Par contre, l'essai 51 démontre un comportement instable, représenté par une oscillation autour du point d'opération cible au cours de 19 itérations. Ce comportement est illustré à la figure 4.4. On remarque au tableau 4.4, vers l'itération 12, le début de l'oscillation du ΔP_{η^*} entre 109 mmHg et 97 mmHg environ. Cette oscillation résulte en une mise à l'échelle très faible entre ces 2 états. On retient la valeur de l'itération 19 comme résultat final, même si ce dernier est à 2 mmHg du point d'opération. Cette "erreur" se manifestera sous forme de bruit dans l'analyse

Tableau 4.4: Résultats des itérations pour l'essai 51

it	ϕ^*	ψ^*	η^* (%)	N_{η^*} (rad/s)	Q_{η^*} (l/min)	ΔP_{η^*} (mmHg)	facteur	D_{ptfix} (mm)	N_{ptfix} (rad/s)
0	0.3479	0.1607	37.27	239	5	7.61	0.5252	5.252	1653
1	0.3907	0.1595	42.33	1472	4.99	78.70	0.9419	4.946	1762
2	0.3791	0.1640	42.56	1816	5	109.21	1.0223	5.057	1700
3	0.3970	0.1582	42.55	1623	5	87.97	0.9685	4.897	1787
4	0.3833	0.1631	42.74	1851	4.99	110.57	1.0254	5.022	1716
5	0.3731	0.1653	42.41	1764	5	106.96	1.0170	5.107	1676
6	0.3661	0.1666	42.11	1709	4.99	104.73	1.0116	5.166	1650
7	0.3898	0.1601	42.41	1550	4.99	84.72	0.9594	4.956	1755
8	0.3780	0.1643	42.58	1810	5	109.14	1.0221	5.066	1695
9	0.3694	0.1661	42.26	1735	4.99	105.86	1.0143	5.138	1662
10	0.3903	0.1599	42.44	1573	5	86.29	0.9638	4.952	1757
11	0.3783	0.1641	42.57	1813	4.99	109.22	1.0223	5.063	1697
12	0.3695	0.1661	42.28	1738	5	106.09	1.0149	5.138	1662
13	0.3899	0.1601	42.46	1575	5	86.51	0.9644	4.955	1755
14	0.3780	0.1643	42.58	1811	5	109.17	1.0111	5.010	1640
15	0.3880	0.1615	42.74	1707	5	97.52	0.9969	4.995	1755
16	0.3728	0.1659	42.59	1793	5	109.85	1.0082	5.036	1630
17	0.3854	0.1623	42.70	1692	4.99	97.29	0.9986	5.029	1734
18	0.3706	0.1664	42.49	1767	5	108.48	1.0067	5.063	1629
19	0.3813	0.1634	42.64	1683	5	97.96	0.9991	5.058	1714

statistique, puisque l'essai 51 représente une répétition du point central du plan d'expériences utilisé. En effet, les géométries des essais 49, 50 et 51 sont identiques. Les résultats de l'essai 49, présentés au tableau 4.5 et à la figure 4.5 à titre de comparaison, démontrent une excellente convergence de l'algorithme en 4 itérations.

La difficulté rencontrée lors de la convergence de l'algorithme, pour des configurations identiques, peut être assimilée à la modélisation. En effet, il est possible qu'une légère variation au niveau des maillages, même s'ils sont similaires, génère

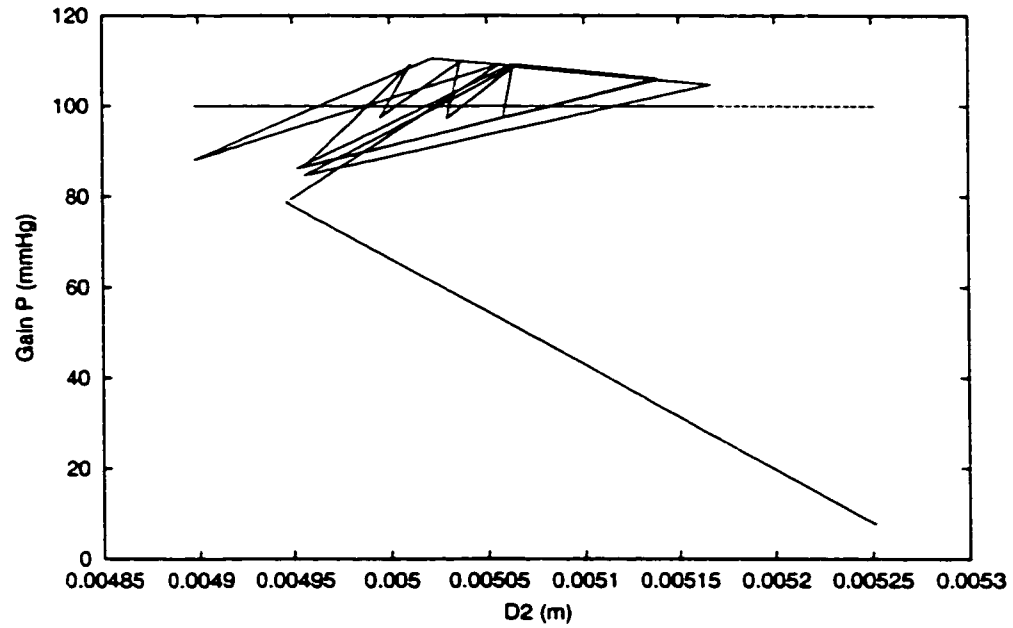


Figure 4.4: Convergence de l'algorithme de point fixe pour l'essai no 51

Tableau 4.5: Résultats des itérations pour l'essai 49

it	ϕ^*	ψ^*	η^* (%)	N_{η^*} (rad/s)	Q_{η^*} (l/min)	ΔP_{η^*} (mmHg)	facteur	D_{ptfix} (mm)	N_{ptfix} (rad/s)
0	0.3205	0.1663	37.36	260	5	9.28	0.5519	5.519	1546
1	0.3871	0.1594	42.16	1280	4.99	65.71	0.9003	4.969	1754
2	0.3775	0.1642	42.70	1799	5.00	108.26	1.0065	5.004	1662
3	0.3859	0.1619	42.81	1726	5	99.51	0.9999	5.000	1732

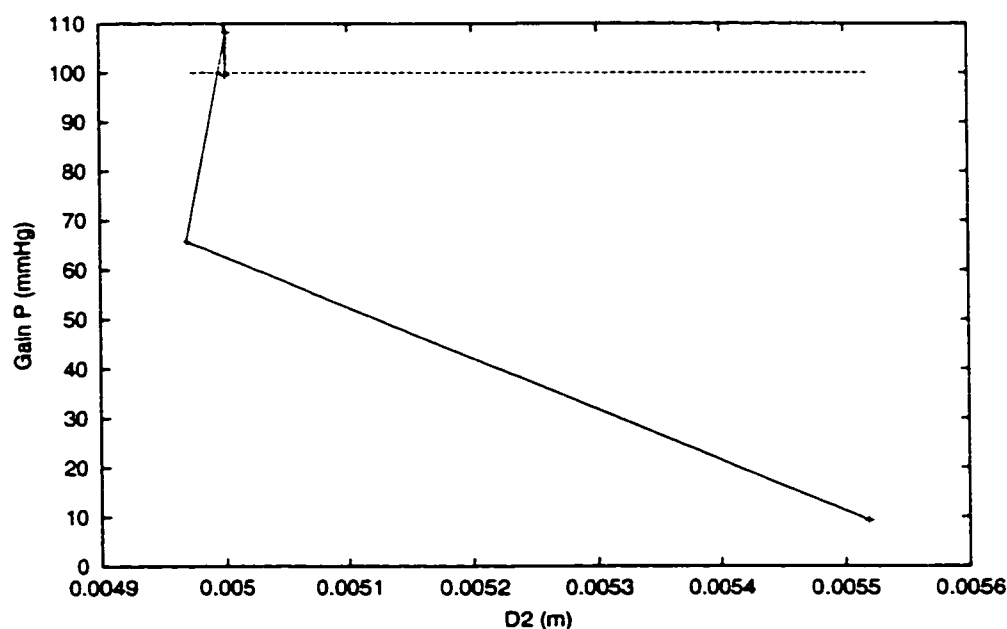


Figure 4.5: Convergence de l'algorithme de point fixe pour l'essai no 49

un phénomène responsable de l'oscillation de la solution numérique lors du post-traitement. Dans ce cas, on aurait pu opter pour l'utilisation du second algorithme "intervalle", mais cela remet en question l'uniformité de la procédure d'obtention des résultats déterminés jusqu'à présent. L'essai 51, par sa nature de réplicat, fut calculé lorsque la majorité des simulations du plan étaient terminées. De plus, suite à nos plans d'expériences infructueux discutés précédemment², on est plus réticent à introduire une variabilité supplémentaire dans nos résultats expérimentaux.

4.3 Analyse des données du plan d'expériences

Une fois la matrice d'expériences complétée des valeurs des variables de réponse obtenues (tableaux 4.6 et 4.7), on peut alors analyser les résultats qui constituent

²section 2.3.2.1

un espace de solutions (ou configurations) possibles pour le prototype.

On analyse ces résultats à l'aide du logiciel STATISTICA, afin d'identifier les facteurs importants et ainsi tirer profit de l'information disponible sur le procédé. En effet, on cherche à améliorer la compréhension de l'écoulement à l'intérieur d'un rotor de SAV. Les variables de réponse de ce plan sont le diamètre D_2 (m), la vitesse de rotation, N (rad/s) et le rendement hydraulique η (%). La puissance n'est pas retenue comme variable de réponse dans cette analyse. En effet, la puissance est implicite au rendement:

$$W = MN \quad \text{où } M \text{ est le couple ("torque"),} \quad (4.1)$$

$$\eta = \frac{Q\Delta P}{\rho MN} \quad (4.2)$$

Ainsi pour des objectifs d'optimisation de minimiser la vitesse de rotation N et de maximiser le rendement η , on déduit que si on minimise N , on minimise aussi la puissance (équation 4.1); tandis que pour un point d'opération cible (donc Q , ΔP et ρ constants), si on maximise η , on minimise W (équation 4.2).

On commence l'analyse statistique par une étude préliminaire afin d'avoir un premier aperçu des facteurs importants. On examine les corrélations linéaires entre les facteurs et les réponses. Une corrélation représente le niveau de proportionnalité entre 2 variables; si elle est élevée, elle peut se résumer en une ligne droite de pente positive ou négative sinon en une ligne de pente nulle³. Cette ligne est appelée la ligne de régression ou ligne des moindres carrés [110], car elle est déterminée de façon à ce que la somme des carrés des distances de chaque point expérimental à la ligne soit minimisé. On mesure donc la relation entre chaque facteur et chaque

³La figure 4.6 démontre bien ce fait où on n'observe aucune corrélation entre les facteurs, puisqu'ils sont indépendants.

Tableau 4.6: Matrice des réponses (partie 1, essais 1 à 25 sur 51)

No essai	Réponses		
	D2 (m)	N (rad/s)	η (%)
01	0.0060644	1590	38.762
02	0.0061156	1655	36.626
03	0.0042798	1889	43.902
04	0.0041390	2106	41.298
05	0.0059482	1680	37.825
06	0.0062232	1580	37.862
07	0.0042231	1971	43.263
08	0.0042741	1963	42.666
09	0.0049561	2555	33.478
10	0.0032413	3597	38.160
11	0.0057323	1653	37.136
12	0.0040977	1919	41.507
13	0.0056789	1963	41.792
14	0.0040249	2428	46.217
15	0.0076295	1183	33.621
16	0.0053822	1317	39.510
17	0.0040443	2835	34.577
18	0.0052594	1509	37.432
19	0.0039458	3010	34.358
20	0.0050718	1617	37.298
21	0.0047248	2259	47.447
22	0.0056531	1490	43.742
23	0.0046826	2362	46.826
24	0.0057385	1509	42.071
25	0.0043755	2126	40.742

Tableau 4.7: Matrice des réponses (partie 2, essais 26 à 51 sur 51)

No essai	Réponses		
	D2 (m)	N (rad/s)	η (%)
26	0.0046990	1849	41.458
27	0.0043052	2244	39.652
28	0.0046194	2065	38.451
29	0.0059364	1413	39.801
30	0.0060250	1310	43.760
31	0.0058619	1467	39.085
32	0.0057916	1477	41.347
33	0.0051179	2013	33.118
34	0.0036129	2397	37.638
35	0.0066296	1372	35.821
36	0.0047242	1587	40.404
37	0.0056891	1810	41.928
38	0.0040606	2161	46.448
39	0.0078837	1196	39.118
40	0.0056676	1428	43.674
41	0.0041724	2881	31.956
42	0.0041401	2939	30.838
43	0.0050776	1666	35.710
44	0.0050121	1725	35.399
45	0.0044881	2568	46.227
46	0.0044652	2605	49.769
47	0.0056500	1573	39.686
48	0.0058149	1533	39.432
49	0.0050009	1732	42.810
50	0.0049953	1741	43.185
51	0.0050587	1714	42.638

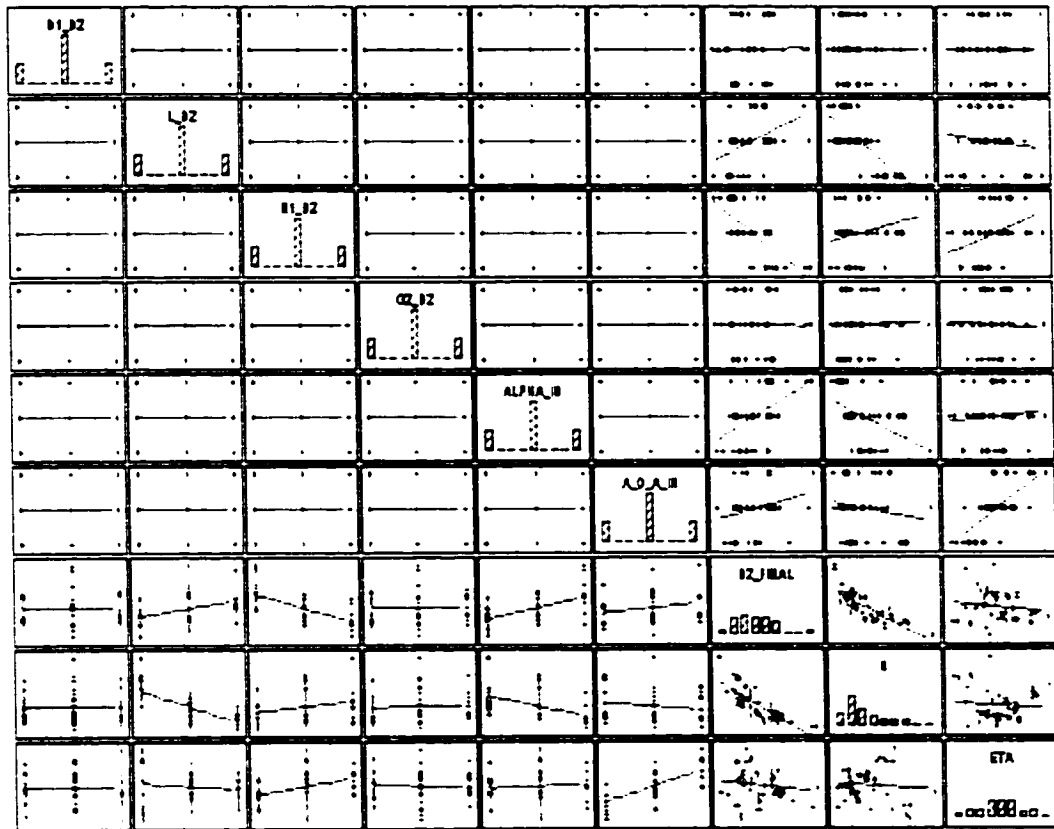


Figure 4.6: Graphes des corrélations linéaires entre les facteurs et les réponses variable de réponse. qu'on représente sous forme de graphes à la figure 4.6. D'ores et déjà, on en déduit que les réponses seront fortement influencées par les facteurs suivants:

- α_{sortie} , $\alpha_{\text{entrée}}$ et $h1$, $D2$ pour la variable de réponse η ;
- $h1$, $D2$, $L1$, $D2$ et $\alpha_{\text{entrée}}$ pour la variable de réponse N ;
- $h1$, $D2$, $L1$, $D2$ et $\alpha_{\text{entrée}}$ pour la variable de réponse $D2$.

On remarque que les variables N et $D2$ sont influencées par les mêmes paramè-

tres mais à l'inverse de l'une par rapport à l'autre. Ceci se traduit par une forte corrélation entre ces 2 variables de réponse.

On procède maintenant à une analyse plus poussée des données en effectuant une analyse de la variance (Anova) pour chaque variable de réponse. Ceci permet d'identifier les facteurs déterminants (autant principaux que d'interactions qui n'étaient pas identifiables dans l'étude des corrélations linéaires). Le tableau 4.8 reproduit la table d'analyse de variance pour la variable de réponse η . Les quantités statistiques associées aux effets (première colonne à gauche) sont "SS" ("sum of square") qui correspond à un indice de variation, la somme des carrés; "df" qui correspond aux degrés de libertés; "MS" ("mean square") qui correspond à une normalisation de SS (SS/df); "F" qui correspond à un rapport statistique ($\frac{SS_1/df_1}{SS_2/df_2}$) où SS_2 est une somme des carrés indépendante de SS_1 ; "p" qui correspond au niveau de signification statistique de probabilité. Pour l'analyste, les deux dernières colonnes sont les plus intéressantes. En effet, le ratio F représente une mesure de la différence entre les moyennes relativement à la variabilité à l'intérieur d'un échantillon. Plus cette valeur est élevée (mise en gras dans le tableau 4.8), plus grande est la possibilité que les différences entre les moyennes soient dues à une influence autre que aléatoire. Un ratio F autour de l'unité ne démontre pas d'effet significatif. On y associe une valeur "p" de probabilité: plus F est important et plus la probabilité p sera faible. La signification statistique d'un résultat est une estimation de la mesure du degré de "vérité" du modèle⁴. Plus techniquement, la valeur du niveau p représente un index décroissant de la confiance ("crédibilité") dans un résultat. Ainsi une valeur de p inférieure à la valeur critique α , généralement mise à 0.05, dénotera un effet significatif (mis en italique dans les tableaux 4.8 et 4.9). Ceci veut dire que l'on est sûr à 95%⁵ que l'écart à la moyenne observé pour cet effet n'est pas

⁴dans le sens de "représentatif de la population"

⁵si $p=0.05$

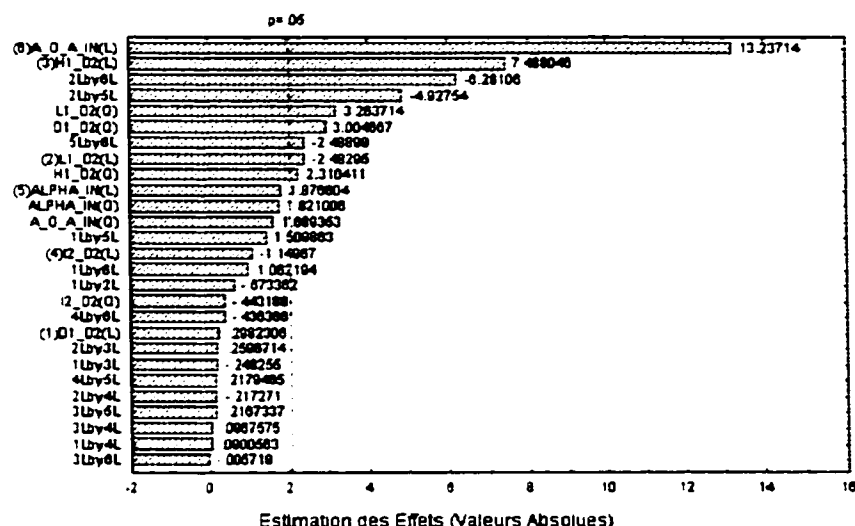


Figure 4.7: Diagramme de Pareto pour la variable de réponse η

dû à une source aléatoire. On identifie d'un astérisque les paramètres importants pour la variable de réponse η . On peut retrouver la même information lors du calcul des effets. Le tableau 4.9 des effets de la variable de réponse η est présenté à titre d'exemple. On y retrouve les mêmes facteurs⁶ ayant des effets importants, en plus de l'effet associé au coefficient β_0 ("Mean Interc.") de la régression.

On visualise ces conclusions sous forme de diagrammes d'éboulement de Pareto: figures 4.7, 4.8 et 4.9. Ces graphiques représentent la somme des carrés relative à chaque facteur en ordre décroissant. Ils démontrent l'importance relative des contrastes sur la variable de réponse. Les signes des effets présentés sur les diagrammes de Pareto indiquent le sens de proportionnalité des facteurs sur la réponse. On retrouve sur ces graphes une ligne verticale identifiée " $p=0.05$ ", qui correspond au niveau de signification expliqué par le modèle. Tel que démontré

⁶identifiés dans la table d'Anova

Tableau 4.8: Table Anova pour la variable η

Facteurs	SS	df	MS	F	p
(1)D1/D2 (L)	.2193	1	.2193	.0889	.768205
D1/D2 (Q)*	22.2569	1	22.2569	9.0280	.006321
(2)L1/D2 (L)*	15.1987	1	15.1987	6.1650	.020760
L1/D2 (Q)*	26.2600	1	26.2600	10.6518	.003416
(3)h1/D2 (L)*	138.2318	1	138.2318	56.0708	.000000
h1/D2 (Q)*	13.1598	1	13.1598	5.3380	.030181
(4)i2/D2 (L)	3.2585	1	3.2585	1.3217	.262095
i2/D2 (Q)	.4842	1	.4842	.1964	.661770
(5) $\alpha_{\text{entrée}}(L)$	8.6819	1	8.6819	3.5216	.073318
$\alpha_{\text{entrée}}(Q)$	8.1751	1	8.1751	3.3161	.081641
(6) $\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}(L)^*$	431.9756	1	431.9756	175.2218	.000000
$\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}(Q)$	7.0358	1	7.0358	2.8539	.104664
1L by 2L	1.1178	1	1.1178	.4534	.507427
1L by 3L	.1519	1	.1519	.0616	.806140
1L by 4L	.0200	1	.0200	.0081	.929022
1L by 5L	5.6201	1	5.6201	2.2797	.144695
1L by 6L	2.7815	1	2.7815	1.1283	.299174
2L by 3L	.1662	1	.1662	.0674	.797428
2L by 4L	.1164	1	.1164	.0472	.829913
2L by 5L*	59.8593	1	59.8593	24.2807	.000056
2L by 6L*	97.2605	1	97.2605	39.4517	.000002
3L by 4L	.0231	1	.0231	.0094	.923757
3L by 5L	.1158	1	.1158	.0470	.830327
3L by 6L	.0001	1	.0001	.0000	.995486
4L by 5L	.1171	1	.1171	.0475	.829393
4L by 6L	.4694	1	.4694	.1904	.666640
5L by 6L*	15.2728	1	15.2728	6.1951	.020485
Error	56.7021	23	2.4653		
Total SS	891.4595		50		

Tableau 4.9: Table des effets pour la variable η

Facteurs	Effet	Erreur Standard	t(23)	p
Mean/Interc.*	38.73052	.427335	90.63266	.000000
(1)D1/D2 (L)	.19117	.641003	.29823	.768205
D1/D2 (Q)*	1.60500	.534169	3.00467	.006321
(2)L1/D2 (L)*	-1.59157	.641003	-2.48295	.020760
L1/D2 (Q)*	1.74338	.534169	3.26371	.003416
(3)h1/D2 (L)*	4.79986	.641003	7.48805	.000000
h1/D2 (Q)*	1.23415	.534169	2.31041	.030181
(4)i2/D2 (L)	-.73694	.641003	-1.14967	.262095
i2/D2 (Q)	-.23674	.534169	-.44319	.661770
(5) $\alpha_{\text{entrée}}(L)$	1.20291	.641003	1.87660	.073318
$\alpha_{\text{entrée}}(Q)$.97273	.534169	1.82101	.081641
(6) $\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}(L)^*$	8.48504	.641003	13.23714	.000000
$\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}(Q)$.90240	.534169	1.68935	.104664
1L by 2L	-.74760	1.110249	-.67336	.507427
1L by 3L	-.27562	1.110249	-.24826	.806140
1L by 4L	.07070	.785065	.09006	.929022
1L by 5L	1.67632	1.110249	1.50986	.144695
1L by 6L	1.17930	1.110249	1.06219	.299174
2L by 3L	.28830	1.110249	.25967	.797428
2L by 4L	-.24122	1.110249	-.21727	.829913
2L by 5L*	-5.47080	1.110249	-4.92754	.000056
2L by 6L*	-4.93104	.785065	-6.28106	.000002
3L by 4L	.10742	1.110249	.09676	.923757
3L by 5L	.17015	.785065	.21673	.830327
3L by 6L	-.00635	1.110249	-.00572	.995486
4L by 5L	.24197	1.110249	.21795	.829393
4L by 6L	-.48448	1.110249	-.43637	.666640
5L by 6L*	-2.76340	1.110249	-2.48899	.020485

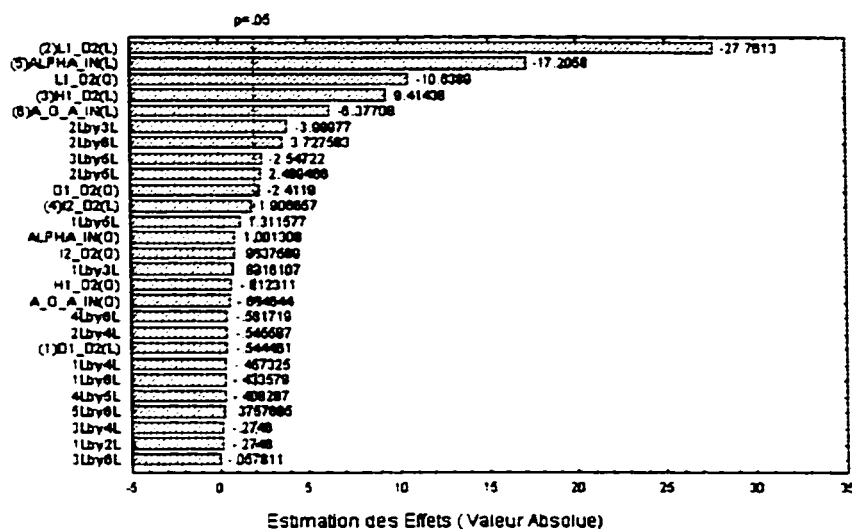


Figure 4.8: Diagramme de Pareto pour la variable de réponse N

dans les tableaux 4.8 et 4.9, les effets principaux pour la variable η (figure 4.7) sont bien α_{sortie} , $\alpha_{\text{entrée}}$ et h1/D2 déjà identifiés dans l'étude des corrélations linéaires. Ensuite apparaissent des effets d'interaction: L1/D2* α_{sortie} , $\alpha_{\text{entrée}}$ et L1/D2* $\alpha_{\text{entrée}}$, pour compter au total 9 effets significatifs (par rapport à $p=0.05$).

Les graphes de distribution de probabilité des effets sur échelle gaussienne donnent une information similaire à celle des Pareto, où les effets importants sont ceux éloignés de l'abscisse nulle: ils possèdent alors une variance plus significative (figures 4.10, 4.11 et 4.12). Les effets sont classés et ensuite représentés graphiquement selon leur probabilité normale. Les effets peu significatifs, dûs au bruit aléatoire, sont distribués selon une moyenne nulle et une déviation standard. Ainsi, plus les effets sont éloignés de l'abscisse nulle, plus ils ont de l'influence sur le procédé.

Par conséquent, pour la variable de réponse de rendement η , les 4 facteurs importants sont α_{sortie} , $\alpha_{\text{entrée}}$, h1/D2, L1/D2* α_{sortie} , $\alpha_{\text{entrée}}$ et L1/D2* $\alpha_{\text{entrée}}$. Ce

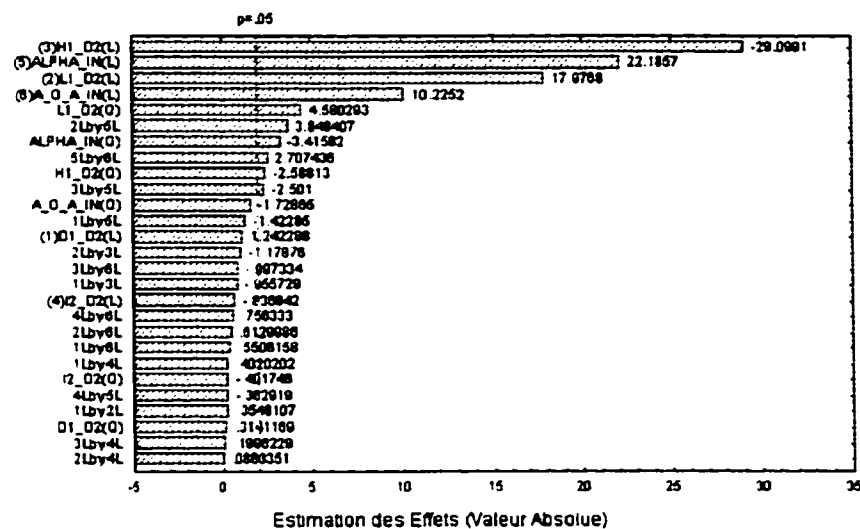
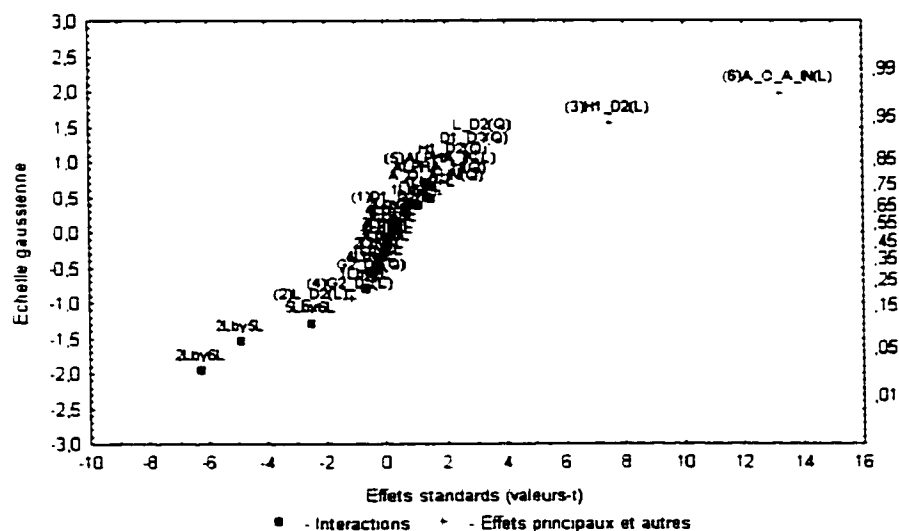


Figure 4.9: Diagramme de Pareto pour la variable de réponse D2

Figure 4.10: Graphe de probabilité pour la variable de réponse η

cas illustre bien l'importance d'évaluer les interactions entre les facteurs, puisque 2 interactions sont parmi les 4 premiers paramètres statistiques d'influence. Ils dénotent un lien entre la longueur du rotor⁷ et les angles du rotor: une diminution de la longueur de rotor accompagnée d'un ratio d'angle élevé améliorent le rendement. Puisque ces interactions sont aussi fonction des angles au rotor; ces derniers sont donc les facteurs les plus importants pour le rendement de la pompe. Un ratio des angles et une section de passage élevés favorisent ainsi le rendement.

Dans le cas de la variable N, les 4 facteurs importants sont $L1/D2$, $\alpha_{\text{entrée}}$, $L1/D2 * L1/D2$ et $h1/D2$. On observe ici pour la seconde fois l'importance des interactions. En effet, l'interaction du facteur $L1/D2$ sur lui-même, donc son effet quadratique est au 3e rang d'importance. Ainsi, la vitesse de rotation augmente si la longueur du rotor et $\alpha_{\text{entrée}}$ diminuent, et que l'aire de passage⁸ augmente.

Dans le cas de la variable D2, les 4 facteurs les plus importants sont $h1/D2$, $\alpha_{\text{entrée}}$, $L1/D2$ et $\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}$. Plus $h1/D2$ sera élevé plus D2 diminue, tandis que pour les 3 autres, plus ils seront élevés et plus D2 le sera aussi.

En résumé, le tableau 4.10 présente les facteurs statistiques importants pour les 3 variables de réponses considérées. On remarque que ce sont les mêmes facteurs qui reviennent d'une réponse à l'autre. On peut donc conclure que les facteurs $D1/D2$ et $i2/D2$ ont peu d'influence sur le procédé.

On effectue maintenant un calcul de régression pour créer un modèle mathématique représentatif de chaque variable de réponse. On vérifie l'ajustement de ces modèles à l'aide des valeurs des coefficients de corrélation R^2 et $R^2_{\text{ajusté}}$, du ratio F, ainsi qu'au travers du comportement des résidus. Le modèle est représenté à l'équation

⁷représentée par le facteur $L1/D2$

⁸représentée par le facteur $h1/D2$

Tableau 4.10: Résumé de l'influence des facteurs

Rang des paramètres	$D2_{final}$	N	η
1	$h1/D2$	$L1/D2$	$\alpha_{sortie}/\alpha_{entrée}$
2	$\alpha_{entrée}$	$\alpha_{entrée}$	$h1/D2$
3	$L1/D2$	$L1/D2 * L1/D2$	$L1/D2 * \alpha_{sortie}/\alpha_{entrée}$
4	$\alpha_{sortie}/\alpha_{entrée}$	$h1/D2$	$L1/D2 * \alpha_{entrée}$

4.3 et les coefficients sont présentés au tableau 4.11.

$$\begin{aligned}
Y = & \beta_0 + \beta_1 D1/D2 + \beta_2 D1/D2 * D1/D2 + \beta_3 L1/D2 + \beta_4 L1/D2 * L1/D2 \\
& + \beta_5 h1/D2 + \beta_6 h1/D2 * h1/D2 + \beta_7 i2/D2 + \beta_8 i2/D2 * i2/D2 + \beta_9 \alpha_{entrée} \\
& + \beta_{10} \alpha_{entrée} * \alpha_{entrée} + \beta_{11} \alpha_{sortie}/\alpha_{entrée} \\
& + \beta_{12} \alpha_{sortie}/\alpha_{entrée} * \alpha_{sortie}/\alpha_{entrée} + \beta_{13} D1/D2 * L1/D2 \\
& + \beta_{14} D1/D2 * h1/D2 + \beta_{15} D1/D2 * i2/d2 + \beta_{16} D1/D2 * \alpha_{entrée} \\
& + \beta_{17} D1/D2 * \alpha_{sortie}/\alpha_{entrée} + \beta_{18} L1/D2 * h1/D2 \\
& + \beta_{19} L1/D2 * i2/D2 + \beta_{20} L1/D2 * \alpha_{entrée} + \beta_{21} L1/D2 * \alpha_{sortie}/\alpha_{entrée} \\
& + \beta_{22} h1/D2 * i2/D2 + \beta_{23} h1/D2 * \alpha_{entrée} + \beta_{24} h1/D2 * \alpha_{sortie}/\alpha_{entrée} \\
& + \beta_{25} i2/D2 * \alpha_{entrée} + \beta_{26} * \alpha_{sortie}/\alpha_{entrée} \\
& + \beta_{27} \alpha_{entrée} * \alpha_{sortie}/\alpha_{entrée}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Le tableau 4.12 présente les coefficients de corrélations des modèles de régression. Ils sont tous supérieurs à 0.8 ce qui dénote un bon ajustement du modèle sur les données, sans compter que les R^2 et $R^2_{ajusté}$ pour D2 et N sont semblables. Notons qu'une valeur élevée de R^2 ne signifie pas nécessairement que le modèle de régression est adéquat. En effet, ajouter une variable au modèle va toujours augmenter R^2 ,

Tableau 4.11: Coefficients de régressions

Coefficients	D2 _{final}	N	η
β_0	0.038171402	2673.969907	-332.7239403
β_1	0.00553127	-4910.416667	-11.14488333
β_2	-0.000263165	1284.666667	-25.68
β_3	-0.002947317	-5663.916667	105.7711417
β_4	-0.000959336	1416.666667	-6.9735
β_5	-0.001801203	11114.79167	110.3897083
β_6	0.013551996	2704.166667	-123.415
β_7	0.000480893	13505.74074	-68.46955556
β_8	0.014959141	-22814.81481	168.3466667
β_9	-0.000946426	118.95	6.992194167
β_{10}	7.15438E-06	-1.333333333	-0.038909
β_{11}	-0.008957274	-2037.5	128.62455
β_{12}	0.001448256	364.6666667	-14.4384
β_{13}	0.00015446	-76	-2.9904
β_{14}	-0.00208029	1220	-5.5125
β_{15}	0.001650027	-1193.333333	3.770666667
β_{16}	-6.1941E-05	36.3	0.67053
β_{17}	0.0004794	-240	9.4344
β_{18}	-0.001282875	-2767.5	2.883
β_{19}	0.000256367	-1006.666667	-6.432666667
β_{20}	8.37665E-05	34.45	-1.09416
β_{21}	0.000188696	729.5	-19.72415
β_{22}	0.002896733	-2533.333333	14.32333333
β_{23}	-0.000192468	-124.625	0.17015
β_{24}	-0.00217085	-80	-0.127
β_{25}	-0.000105327	-75.33333333	0.645266667
β_{26}	0.004390067	-2146.666667	-25.83866667
β_{27}	0.000117863	10.4	-1.10536

Tableau 4.12: Coefficients de corrélation des régressions

Réponses	R	R ²	R ² _{ajusté}	F
η	.967675	.936394	.861726	12.54
N	.991998	.984060	.965347	52.59
D2 _{final}	.993941	.987918	.973736	69.65

peu importe que la variable soit significative ou non. Il est donc possible pour des modèles d'avoir des valeurs R^2 élevées tout en générant de piètres prédictions de nouvelles observations⁹. La validité du modèle doit donc se vérifier à l'aide de calculs additionnels. On compile donc une valeur du ratio F ¹⁰ en comparant les moyennes du modèle (SS) par rapport à celle des résidus. Les valeurs de F du tableau 4.12 sont de beaucoup supérieures à l'unité corroborant les valeurs de R^2 et $R^2_{ajusté}$ sur la validité du modèle. L'ajustement des modèles de régression se vérifie aussi par l'importance des résidus. Les résidus sont les différences entre les valeurs observées et les valeurs correspondantes prédites par le modèle. Ils représentent la variance qui n'est pas expliquée par le modèle. Pour un modèle bien ajusté, les résidus seront faibles et présenteront un bon comportement, tel que l'illustre les figures 4.13, 4.14 et 4.15. Dans ces graphes, l'abscisse représente les valeurs actuelles des résidus et l'ordonnée affiche les valeurs normales correspondantes. Lorsque les

⁹ R^2 correspond à la proportion de variabilité autour de la moyenne pour la variable dépendante qui peut être expliquée par son modèle respectif. Il est le coefficient de corrélation multiple entre la variable de réponse Y et l'ensemble des variables de régression:

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_y} = \frac{\hat{\beta}_1 S_{xy}}{S_{yy}} \quad (4.4)$$

Le $R^2_{ajusté}$ correspond à une modification de R^2 tenant compte du nombre de variables dans le modèle:

$$R^2_{ajusté} = 1 - \frac{n-1}{n-p}(1 - R^2_p) = 1 - \frac{n-1}{S_{yy}}MS \quad (4.5)$$

¹⁰ $SS_{\text{modèle}}/SS_{\text{résidus}}$

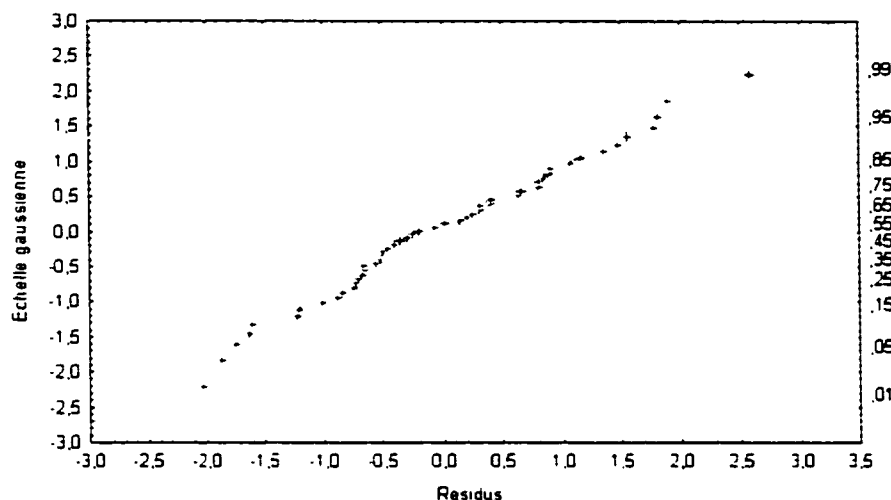


Figure 4.13: Comportement des résidus sur échelle gaussienne de la variable de réponse η

valeurs tombent sur une ligne droite, comme c'est le cas dans notre analyse, on peut alors confirmer que les résidus suivent bien une distribution normale.

L'ajustement des modèles de régression se valide aussi en comparant les valeurs observées à celles prédites par le modèle (figures 4.16, 4.17 et 4.18). On vérifie ainsi le pouvoir prédictif des modèles. On remarque une plus grande dispersion pour le modèle du rendement η (figure 4.16), correspondant à des coefficients R^2 et $R^2_{\text{ajusté}}$ légèrement inférieurs à ceux des 2 autres réponses. Ainsi, les informations produites par le modèle de η seront plus entachées d'incertitude par rapport aux 2 autres. On dispose maintenant de modèles mathématiques, des polynômes du second degré, qui permettront d'optimiser les réponses notre procédé grâce à la recherche de valeurs optimales des paramètres.

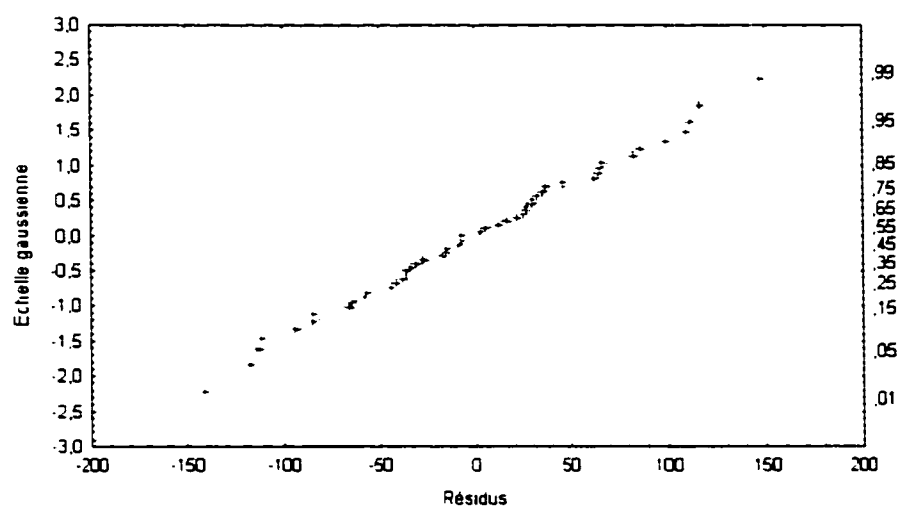


Figure 4.14: Comportement des résidus sur échelle gaussienne de la variable de réponse N

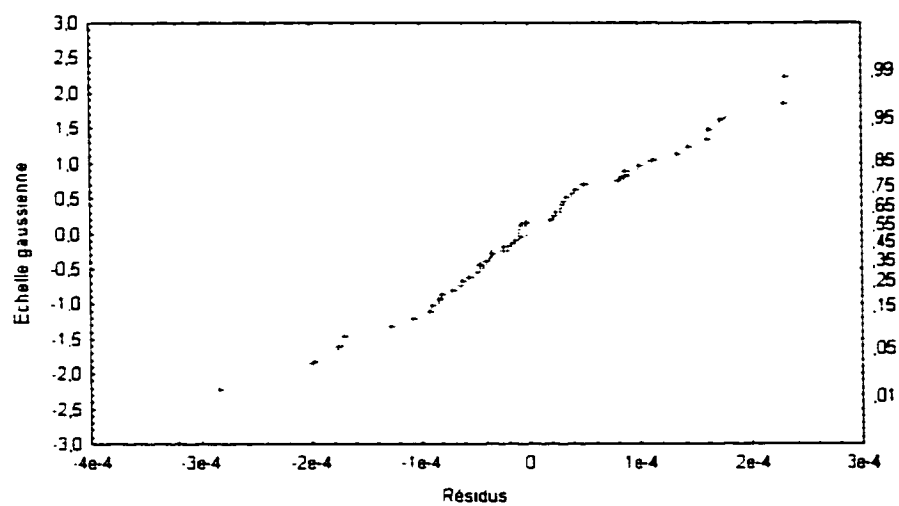


Figure 4.15: Comportement des résidus sur échelle gaussienne de la variable de réponse D2

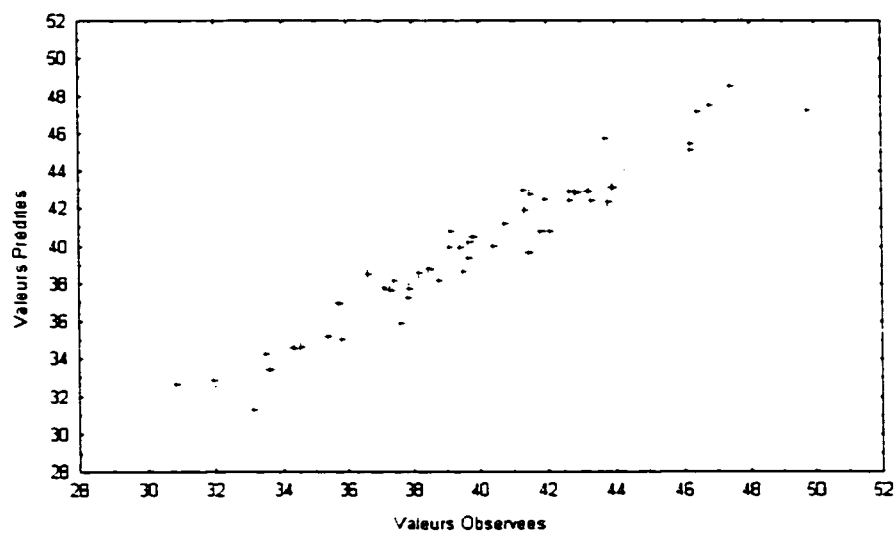


Figure 4.16: Graphe des valeurs observées vs prédites pour la variable de réponse η

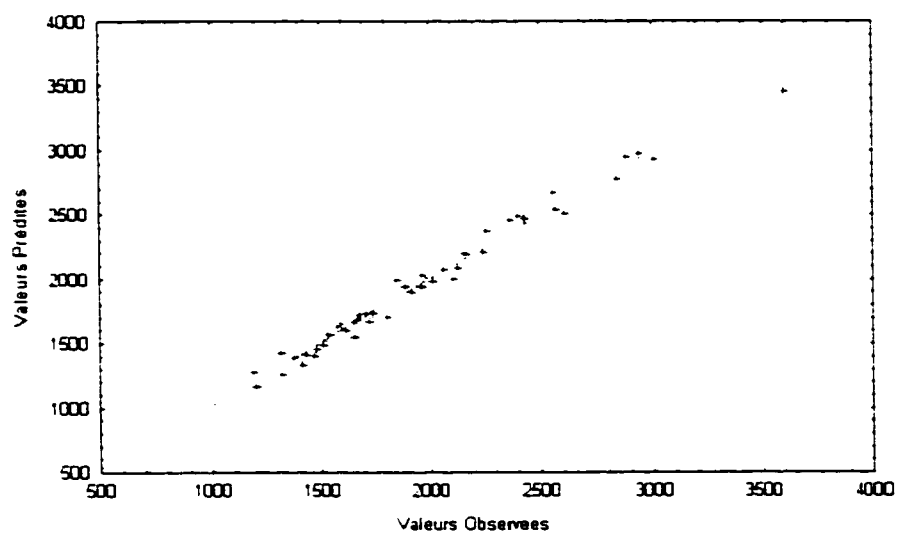


Figure 4.17: Graphe des valeurs observées vs prédites pour la variable de réponse N

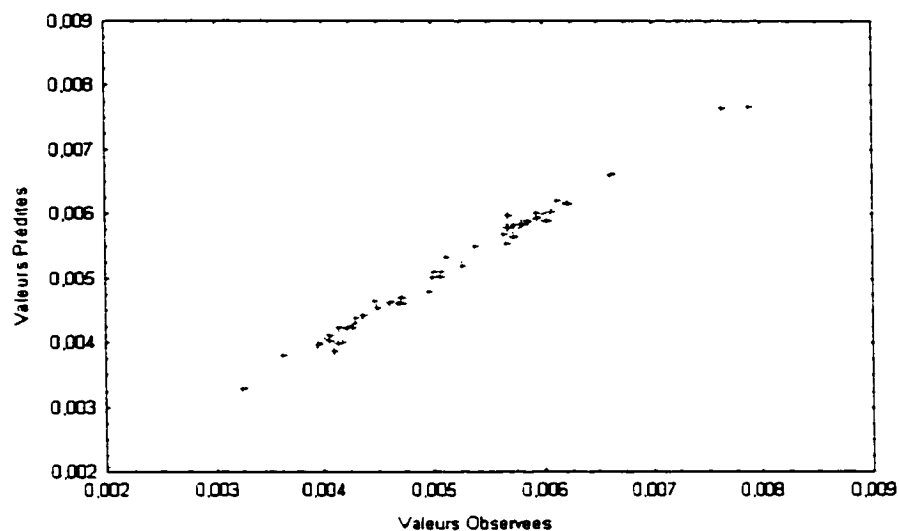


Figure 4.18: Graphe des valeurs observées vs prédites pour la variable de réponse D2

4.4 Optimisation

Les modèles mathématiques représentent des surfaces de réponse qu'on peut explorer afin d'améliorer les réponses du procédé. Rappelons nos objectifs d'optimisation:

- maximiser le rendement (η):
- minimiser la vitesse de rotation (N):
- maximiser le diamètre (D2):

On peut optimiser à l'intérieur du logiciel STATISTICA, à l'aide des fonctions de désirabilité; ou tout simplement en utilisant le logiciel iSIGHT, où on optimise sur le polynôme du modèle de régression déterminé par STATISTICA.

Tableau 4.13: Fonctions de désirabilité associées aux objectifs

Réponses	Fonctions de désirabilité		
	0	0.5	1
η (%)	30	40	50
N (rad/s)	2000	1500	1000
$D2_{final}$ (m)	0.006	0.008	0.010

4.4.1 Optimisation avec STATISTICA

Le logiciel STATISTICA permet d'optimiser les réponses selon nos objectifs en utilisant les fonctions de désirabilité. Une fonction de désirabilité se définit comme le rapport (ou relation) entre les réponses prédites sur une ou plusieurs variables dépendantes et la désirabilité des réponses. On spécifie la fonction de désirabilité pour chaque variable de réponse en assignant aux valeurs prédites un résultat variant de 0 (très indésirable) à 1 (très désirable). Les profils de désirabilité consistent en une série de graphes (un pour chaque facteur) de résultat de désirabilité globale à différents niveaux de facteurs en gardant les niveaux des autres facteurs constants aux valeurs spécifiées. La désirabilité globale est calculée comme la moyenne géométrique¹¹ des désirabilités individuelles. L'optimisation simultanée de plusieurs variables de réponse revient à sélectionner les niveaux des variables visées qui maximisent la désirabilité globale des réponses sur les facteurs. Le tableau¹² 4.14 résume les différentes optimisations réalisées prises deux à deux, avec les fonctions de désirabilités¹³ spécifiées au tableau 4.13. On remarque la nécessité d'un compromis entre les objectifs d'optimisation. En effet, maximiser le

¹¹la moyenne géométrique correspond au produit de chaque valeur élevé à la puissance du réciproque du nombre de valeurs (n): $G = (x_1 * x_2 * \dots * x_n)^{1/n}$

¹²où Dsr_g représente la désirabilité globale

¹³sur 10 points par facteur

Tableau 4.14: Optimisation du prototype V avec STATISTICA

	max → D	min → N	max → η
max → D	D2=0.008348 m N=1290 rad/s $\eta=32.15\%$ Dsr _g =0.58690	D2=0.008126 m N=1116 rad/s $\eta=37.50\%$ Dsr _g =0.68529	D2=0.007701 m N=1147 rad/s $\eta=41.93\%$ Dsr _g =0.50362
min → N		D2=0.007995 m N=1087 rad/s $\eta=38.84\%$ Dsr _g =0.91300	D2=0.006474 m N=1234 rad/s $\eta=45.42\%$ Dsr _g =0.76869
max → η			D2=0.004511 m N=2352 rad/s $\eta=50.15\%$ Dsr _g =1

diamètre seul génère le rendement le plus faible, tandis que maximiser le rendement seul occasionne le plus petit diamètre. La figure 4.19 illustre les profils de désirabilité obtenus lors de l'optimisation simultanée des 3 variables de réponse. On obtient alors D2=0.007862 m, N=1101 rad/s et $\eta=40.62\%$ avec une désirabilité globale de 0.60579. Ces graphes permettent d'observer le comportement des facteurs aux précédents paramètres optimaux. D'un coup d'oeil, on peut identifier les facteurs inactifs (profils plats), tel que l'a démontré la table des effets: D1/D2 et i2/D2. Ces facteurs peuvent donc être éliminés lors d'un plan d'expériences ultérieur. Les facteurs h1/D2, i2/D2, $\alpha_{\text{entrée}}$ et $\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}}$ possèdent un optimum qui se trouve à l'une ou l'autre des modalités extrêmes. Plus particulièrement, les facteurs reliés aux angles du rotor sont à leur haute modalité. Comme ils influencent beaucoup les réponses (parmi les 4 facteurs importants du tableau 4.10), il serait bon d'explorer l'espace de solutions dans cette direction. Le même raisonnement s'applique pour h1/D2, qui est à sa basse modalité.

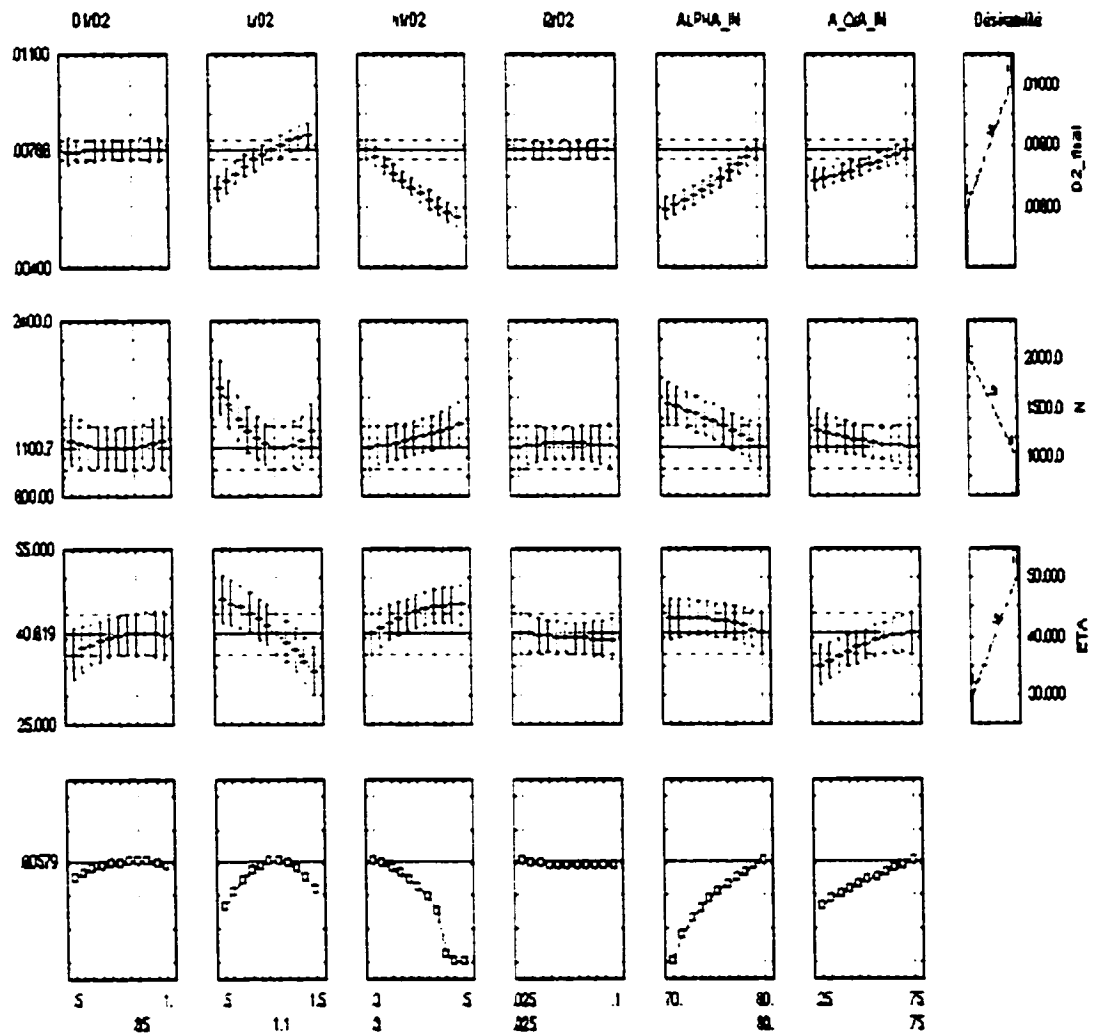


Figure 4.19: Profils de désirabilité lors de l'optimisation des paramètres

Tableau 4.15: Optimisation selon iSIGHT (algorithme génétique)

Objectifs	Réponses optimales
<i>série 1</i>	D2 = 0.007927 m
max → η	N = 1084 rad/s
min → N	$\eta = 39.58 \%$
max → D2	
<i>série 2</i>	D2 = 0.007924 m
max → η	N = 1084 rad/s
min → N	$\eta = 39.63 \%$

4.4.2 Optimisation avec iSIGHT

On optimise aussi à l'aide de iSIGHT, afin d'avoir une idée supplémentaire sur l'optimum du procédé. Les modèles de régression déterminés par STATISTICA sont intégrés dans un programme en C afin d'interagir avec iSIGHT. On choisit l'algorithme génétique pour optimiser avec les mêmes objectifs précédents et on contraint les facteurs à leur plage de variation du plan d'expériences. Deux séries de paramètres optimaux sont obtenues selon les objectifs recherchés, tels que présentés au tableau 4.15. On obtient des résultats similaires pour les 2 séries. En effet, la 2e série a utilisé comme solution initiale le résultat de la première. Or, lorsque l'on utilise un algorithme génétique, s'il existe une solution optimale dans l'espace de départ, il convergera vers celle-ci (dans notre cas le résultat précédent). On retient la combinaison de facteurs offrant le meilleur rendement soit la seconde série pour D2 = 0.007924 m, N = 1084 rad/s et $\eta = 39.63 \%$.

4.4.3 Remarques

Il n'est pas étonnant d'obtenir des résultats légèrement différents entre les 2 logiciels utilisés. En effet, les 2 méthodes disponibles dans STATISTICA produisent des résultats différents. L'optimisation avec iSIGHT génère une géométrie plus grande que celle de STATISTICA ($0.007924 > 0.007862$), ainsi qu'une vitesse de rotation moins élevée ($1084 < 1101$). La méthode de STATISTICA, pour les mêmes objectifs d'optimisation, ne donne pas la même combinaison de paramètres que iSIGHT. Si on vérifie la désirabilité globale de cette combinaison on obtient 0.77431 qui est supérieure à celle de STATISTICA (0.60579). Ce fait est relié au nombre de points de calculs utilisés. En effet, le nombre de points de calcul (10 dans notre cas) divise la plage de variation des facteurs en autant d'intervalles. Cette façon d'optimiser consiste à chercher parmi ces combinaisons de points pré-établis celle offrant la désirabilité globale la plus élevée. Ainsi en augmentant le nombre de point de calculs, on convergerait probablement vers la même solution. Notons que la solution de iSIGHT est similaire à celle de STATISTICA, pour un objectif unique de minimiser la vitesse de rotation.

Ainsi, le choix d'utilisation des méthodes d'optimisation de STATISTICA par rapport celles de iSIGHT découle de l'expertise du concepteur et des compromis inhérents aux objectifs visés. Dans notre cas, on cherche surtout à augmenter le diamètre caractéristique et à diminuer la vitesse de rotation afin de générer le moins possible de trauma sanguin. Par conséquent, la configuration provenant de iSIGHT est retenue comme solution finale.

4.5 Vérification des résultats de l'optimisation

À l'aide des données optimisées, on peut maintenant confirmer la qualité des modèles mathématiques par des simulations numériques de la nouvelle géométrie découlant de la combinaison des facteurs optimaux. Ainsi, pour un diamètre caractéristique de 0.007924 m, on obtient les résultats du tableau 4.16. On remarque

Tableau 4.16: Comparaison du modèle DOE aux simulations numériques (CFD) D=0.007924 à 5 l/min.

Cas	Rendement η (%)	Vitesse de rotation N (rad/s)
DOE	39.63	1084
CFD ($\Delta P=98.96$)	37.03	1200

que les valeurs du rendement et de la vitesse de rotation diffèrent des prédictions. Or, comme ce fut le cas pour toutes nos configurations du plan d'expériences, les résultats de la simulation ne se trouvent pas au point d'opération¹⁴, mais à un gain de pression, $\Delta P=98.96$ mmHg. Même si par rapport aux premières simulations du plan d'expériences, on se situe très près du point d'opération, il est nécessaire d'appliquer l'algorithme de Cordier afin d'obtenir une pompe optimale. Ainsi cet algorithme de mise à l'échelle peut être assimilé à un algorithme d'optimisation.

Le tableau 4.17 représente l'historique de convergence de l'optimisation finale du prototype V. En 3 itérations (du point fixe) mais avec un critère plus sévère, on obtient les valeurs optimales du tableau 4.18. Les courbes caractéristiques de ce prototype sont illustrées à la figure 4.20. On y observe une colline de rendement assez étendue, qui laisse présager un comportement acceptable pour des conditions

¹⁴soit un gain de pression de 100 mmHg

Tableau 4.17: Historique de l'optimisation du prototype V D=0.00806 avec la méthode de point fixe

it	ϕ^*	ψ^*	η^* (%)	N_{η^*} (rad/s)	Q_{η^*} (l/min)	ΔP_{η^*} (mmHg)	D2 (mm)	D_{ptfix} (mm)	N_{ptfix} (rad/s)
0	0.1355	0.1363	37.09	1204	4.87	102.41	7.924	8.070	1165
1	0.1362	0.1367	36.83	1165	5.01	99.76	8.070	8.060	1168
2	0.1361	0.1368	36.83	1168	4.99	100.08	8.060	8.062	1166

Tableau 4.18: Prototype V optimisé

Paramètres	Réponses optimales
D1 = 0.006097 m	D2 = 0.008060 m
L1 = 0.009256 m	N = 1169 rad/s
h1 = 0.002418 m	$\eta = 36.83 \%$
i2 = 0.000201 m	
i1 = 0.000050 m	
$\alpha_{\text{entrée}} = 80.0^\circ$	
$\alpha_{\text{sortie}}/\alpha_{\text{entrée}} = 0.75$	

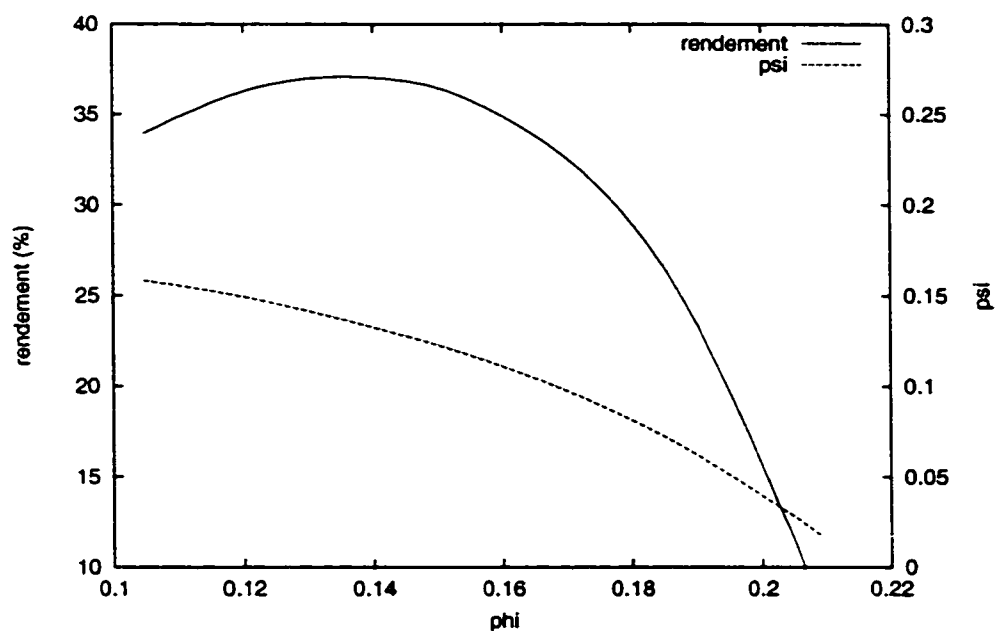


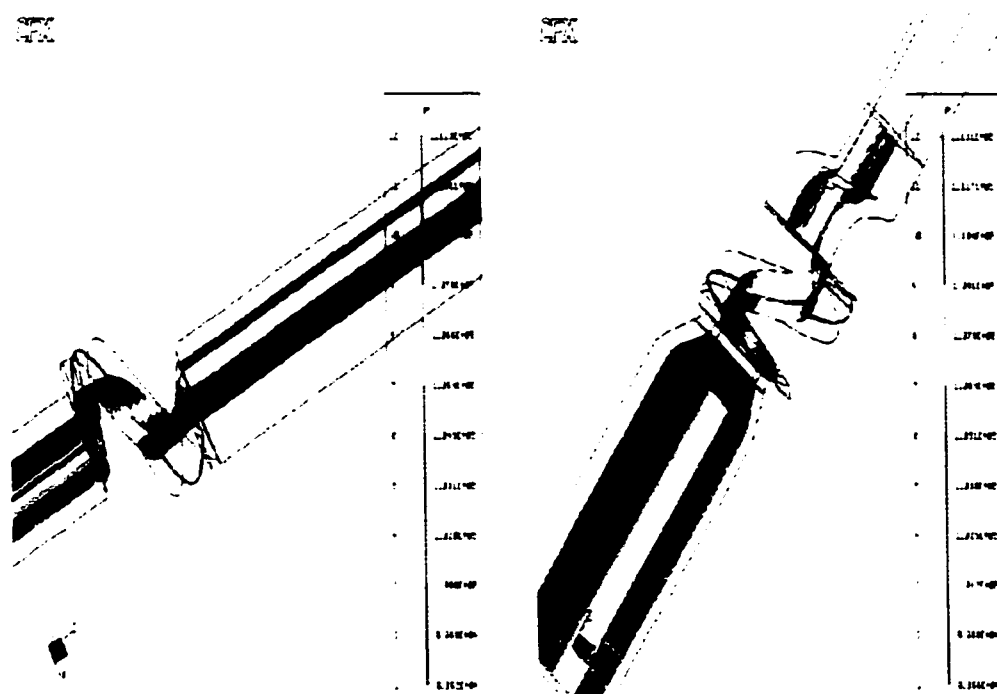
Figure 4.20: Courbes caractéristiques du prototype V optimisée sans stator

d'opération légèrement hors design.

4.6 Stator de sortie

Le rotor étant déterminé, on connaît la distribution de vitesse à sa sortie, et on peut alors concevoir un stator de sortie approprié. L'avantage de procéder ainsi est que l'on possède déjà un rotor qui a un bon rendement et qui opère au point d'opération pré-déterminé. En ajoutant un stator de sortie, on augmente le gain de pression ce qui va permettre d'augmenter le rendement de la pompe tout en diminuant la vitesse de rotation.

La procédure de design est similaire à celle du rotor. On obtient un stator de 2 mm de longueur axiale, avec une déflexion angulaire de 20° et un interstice axial



(a) sans stator

(b) avec stator

Figure 4.21: Distribution de la pression au moyeu

rotor-stator de 5 mm. La figure 4.21 illustre le gain de pression au moyeu pour la configuration avec et sans stator¹⁵. On y remarque ainsi un gain de pression de 13.5 mmHg associé au stator de sortie. À la figure 4.22, on illustre les lignes de courant dans les 2 configurations de pompes afin de visualiser l'écoulement dans la pompe. On remarque un tourbillon supplémentaire en amont du stator de sortie, qui risque de nuire à la performance de la pompe. La figure 4.23 illustre les courbes caractéristiques de rendement pour les deux prototypes V optimisés, avec et sans

¹⁵le maximum de pression passe de 1.113E5 Pa à 1.131E5 Pa

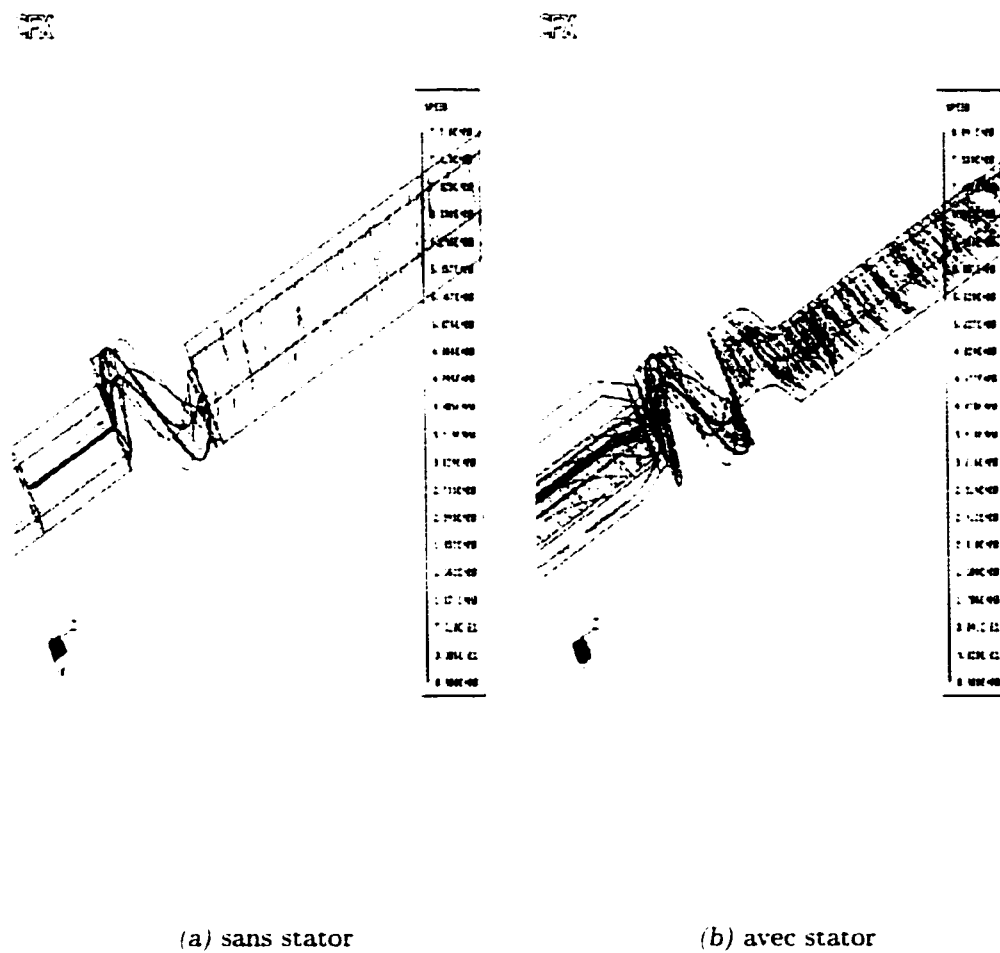


Figure 4.22: Lignes de courant au point d'opération

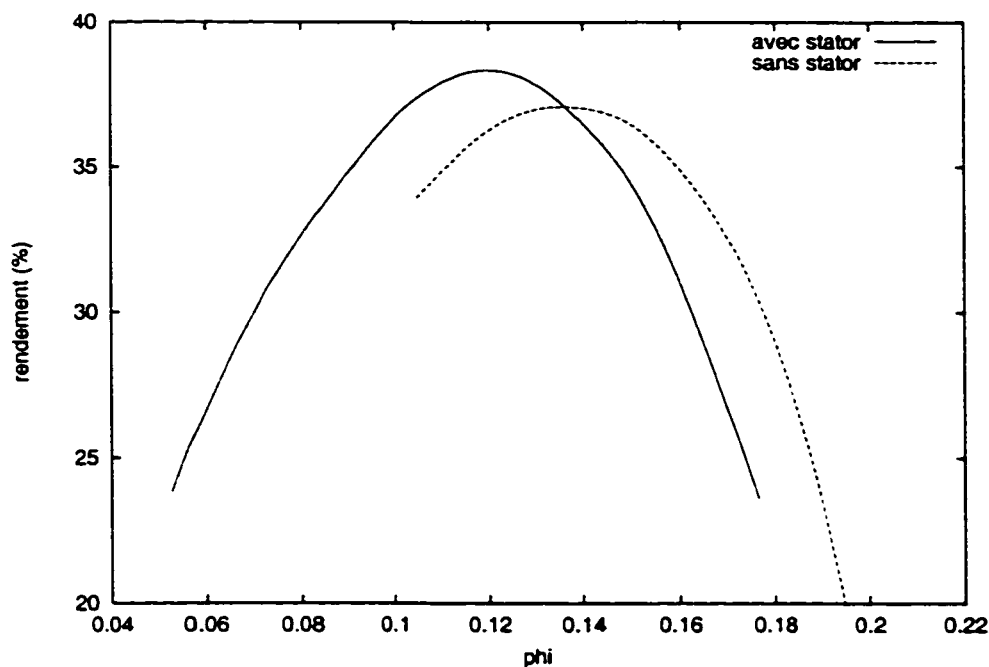


Figure 4.23: Courbes caractéristiques du prototype V avec et sans stator

stator. On y remarque une amélioration du rendement, associée au stator ainsi qu'à une mise à l'échelle au point d'opération. En effet, la mise à l'échelle a augmenté le diamètre caractéristique du rotor de 7.924 mm à 8.06 mm. On a alors un rendement $\eta=37.5\%$, à $N=1200$ rad/s et une puissance $W=2.95$ watt pour ce prototype final. Notons par contre que la colline de rendement au η maximum est moins étendue que pour le cas sans stator. Cela signifie une sensibilité légèrement supérieure aux conditions d'opérations hors design. On présente la caractérisation complète du prototype V à la section suivante.

4.7 Caractérisation du prototype V

Le prototype V optimisé présente la configuration illustrée à la figure 4.24. Le fluide entre à gauche, par le stator d'entrée, qui comporte 2 aires de passages Ac

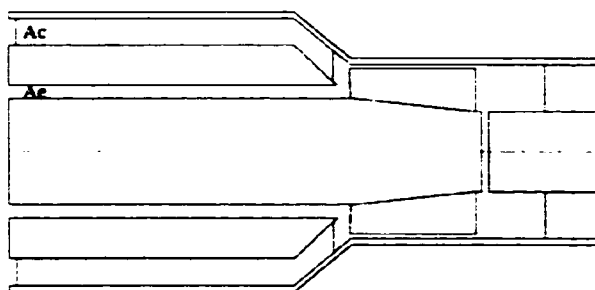


Figure 4.24: Configuration du prototype V

et A_e , dont le rapport est $A_e/A_c=0.25$. On observe alors une répartition du débit de 4 l/min dans A_c et de 1 l/min dans A_e .

Le stator d'entrée ou aubes directrices est composé de 5 pales droites. Sa configuration constitue la principale amélioration par rapport aux prototypes précédents. En effet, tel qu'abordé à la section 4.1, le stator d'entrée révèle un espace plus important et plus intéressant pour l'introduction du bobinage et des aimants permanents du moteur électrique. Ceci a pour effet de libérer le rotor des contraintes géométriques, et permet alors d'en améliorer la performance plus aisément.

Le rotor possède 3 pales enroulées d'environ 320° autour du moyeu, avec un angle moyen d'entrée de 80.6° et un angle moyen de sortie de 61.6° . Il affiche un dégagement de $50\ \mu\text{m}$ des pales au carter et peut être considéré légèrement mixte, par son changement de pente au moyeu.

Le stator de sortie est aussi composé de 5 pales ayant une déflexion d'angles de 20° .

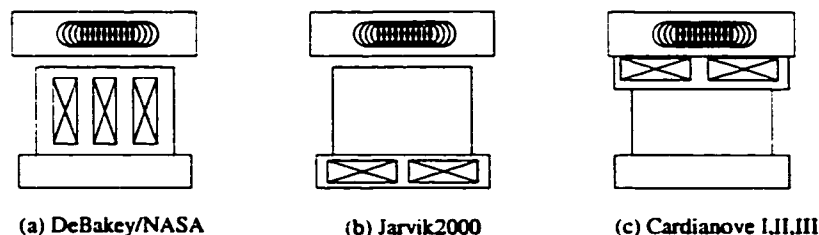


Figure 4.25: Illustration des contraintes géométriques du rotor de plusieurs SAV en développement

4.7.1 Considérations liées au moteur électrique

Des prototypes antérieurs, on a pu déduire quelques principes de design, qui ont donné une nouvelle orientation au design du prototype V. En effet, selon les 3 types de SAV en développement (figure 4.25), on remarque que le rotor est fortement dépendant de la configuration du moteur électrique. Les pales sont toujours situées entre le bobinage et le moyeu, limitant ainsi leur hauteur (le couplage électromagnétique demeure intéressant en deçà d'une certaine distance), et ayant un certain effet d'élongation des pales. On observe alors que pour des pales de rotor d'environ 1 mm de haut (correspondant aux configurations illustrées), on ne pourra pas obtenir plus de 30% de rendement hydraulique, peu importe l'emplacement du bobinage ou des aimants permanents. On a donc pu identifier une nouvelle problématique, soit la restriction associée à l'emplacement du moteur électrique au niveau du rotor.

On a donc modifié le design du stator d'entrée afin de libérer le rotor des contraintes géométriques liées au moteur électrique. Ce dernier est maintenant situé au niveau du stator d'entrée où plus d'espace est disponible. Cette configuration permet de maximiser l'espace nécessaire pour le bobinage des aimants, de minimiser l'enroulement et la longueur du rotor, de diminuer la vitesse de rotation, de maximiser le diamètre du rotor et de maximiser le refroidissement du bobinage.

Cette nouvelle configuration (figure 4.1) a l'avantage d'avoir découplé les contraintes du moteur de celles du rotor, assurant ainsi un couplage plus faible entre la partie qui pompe et celle qui fait tourner la pompe. Ceci donne alors plus de latitude quant au design du rotor, dont on pourra alors mieux maximiser le rendement. De plus, cette configuration est standard dans les moteurs électriques (plus grande facilité de fabrication) en présentant une région (entrefer) où les contraintes de cisaillements seront à surveiller (hémolyse), mais où étant donné que les deux parties du moteur sont immergées dans le fluide sanguin, l'évacuation de la chaleur se fera par convection forcée à l'interne comme à l'externe: un avantage par rapport aux modèles de SAV présentement sur le marché.

4.7.2 Caractéristiques numériques du prototype V

La caractérisation de la performance hydraulique de la pompe V a été réalisée par des simulations numériques 3D. On présente les caractéristiques de fonctionnement en terme du coefficient de débit, ϕ (phi), du coefficient de chargement, ψ (psi) et du rendement η (eta). Ces paramètres ont été définis au chapitre 3. Ils établissent une relation de similitude pour le fonctionnement de la pompe pour différentes vitesses de rotations (N en rad/s) et diamètres (D en mètres), ce qui simplifie l'interprétation des résultats.

La figure 4.26 illustre les courbes de rendement et de chargement associées à cette pompe. On y observe un rendement de 37.5% au point de design, soit 5 l/min et 100 mmHg, qui correspond au point maximum de la colline, donc au rendement maximum; à ce point la vitesse est de 1200 rad/s soit 11500 rpm. Cette situation est particulière à un bon design, car le point maximum de la courbe de rendement correspond à l'objectif de design. De plus, la colline est relativement étendue,

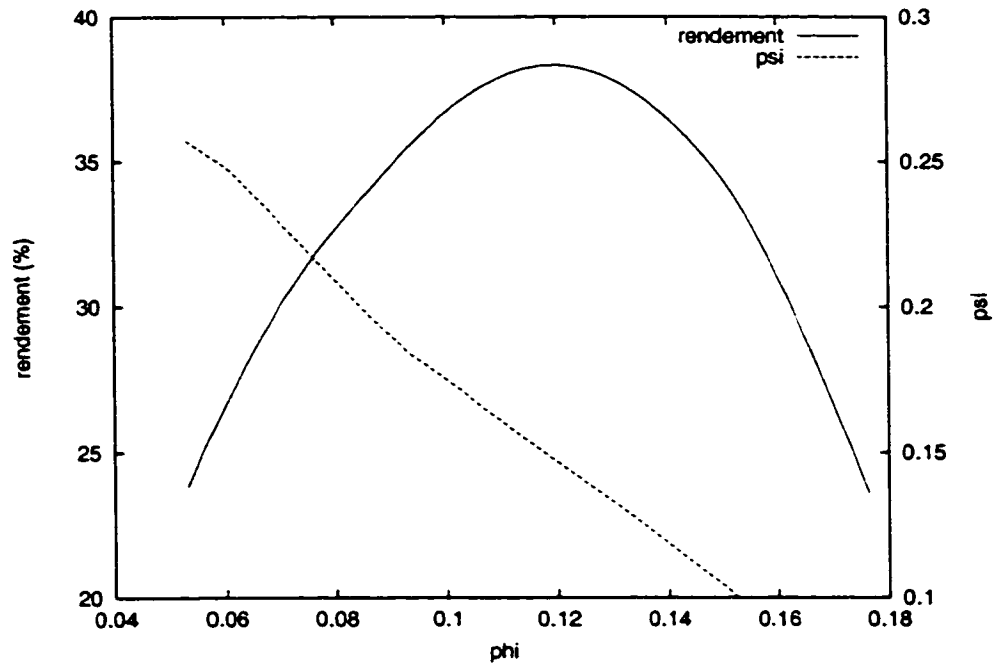


Figure 4.26: Courbes caractéristiques du prototype V final

pour conserver un bon rendement à des régimes d'opérations différents. La courbe de chargement (ψ) varie inversement avec le coefficient de débit (ϕ). En effet, on s'attend qu'à des vitesses élevées (ϕ élevé) l'on observe une certaine détérioration de la performance, synonyme de décrochage ou de cavitation. La figure 4.27 présente les iso-contours du rendement η pour la plage d'opération prévue de la pompe, soit de 2 à 6 l/min contre 80 à 120 mmHg. La plage de rendement est excellente autour du point d'opération prévu et on y observe une plus importante diminution du rendement vers un débit inférieur à 3 l/min. Ceci est significatif d'un comportement hors design plus problématique pour la plage 2-3 l/min.

La figure 4.28 montre la variation de puissance W qui couvre les régimes prévus d'opération de la pompe. La puissance mécanique varie de 1.5 à 4 watt, ce qui est nettement inférieur à la puissance consommée par les pompes actuellement sur le marché; au point de design, la pompe nécessite environ 2.9 watt. La figure 4.29

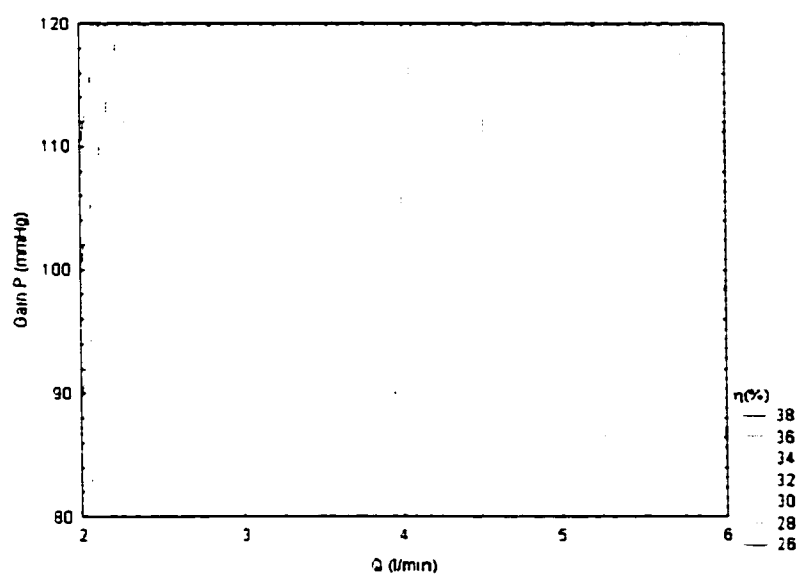


Figure 4.27: Variation du rendement η (%) pour la plage d'opération

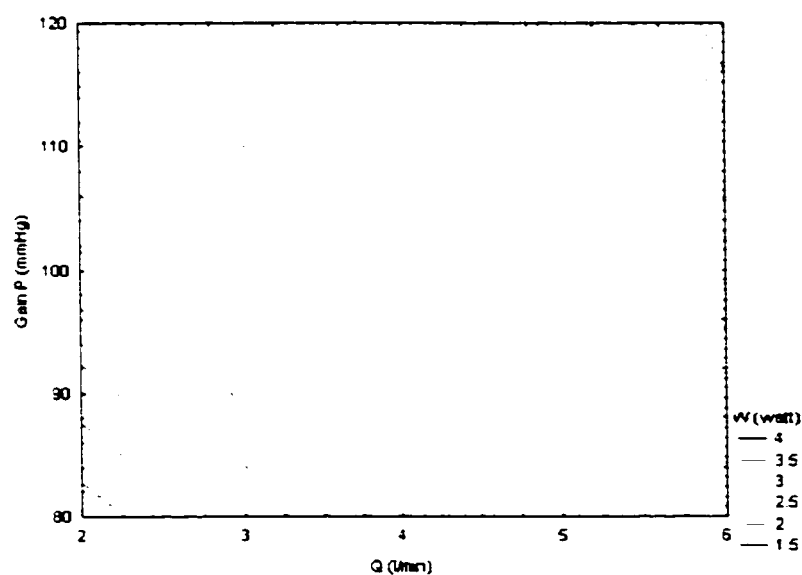


Figure 4.28: Variation de la puissance W (watt) pour la plage d'opération

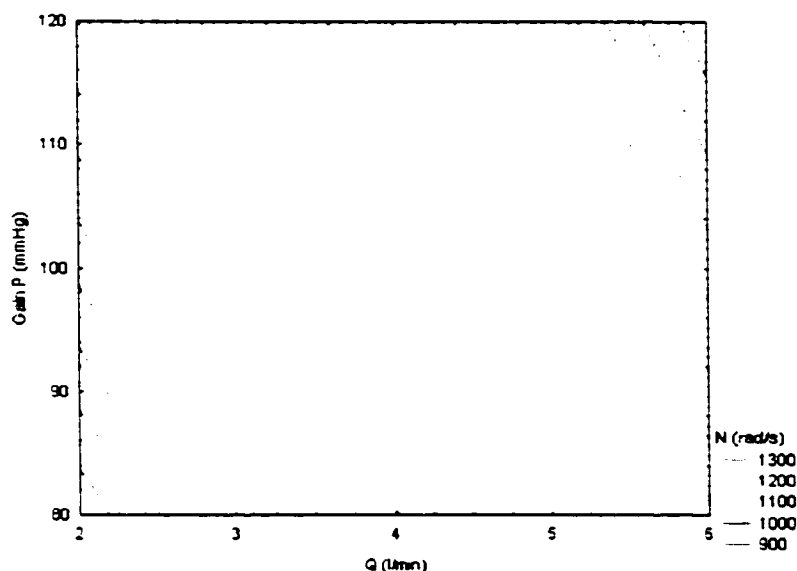


Figure 4.29: Variation de la vitesse de rotation N (rad.s) pour la plage d'opération illustre la variation de la vitesse de rotation N pour la plage d'opération prévue. On demeure encore ici dans les limites raisonnables de vitesses (un différentiel global de 350 rad.s soit 3300 rpm), lorsque l'on considère que le fluide sanguin est susceptible d'hémolyser à des vitesses de rotation élevées.

4.8 Résultats expérimentaux

On valide notre méthodologie d'une part grâce à la fabrication du prototype (sur une machine-outil 5 axes au travers d'une modélisation CATIA) et d'autre part grâce à la validation de la performance de celui-ci sur un banc d'essai. La figure 4.30 représente les différents éléments usiné en titane du prototype V (de droite à gauche): les aubes directrices, le rotor, le carter et le stator de sortie. À la figure 4.31 on illustre le prototype assemblé et utilisé sur le banc d'essai.

Les expériences se font sur 2 volets. Le premier volet consiste en la validation des

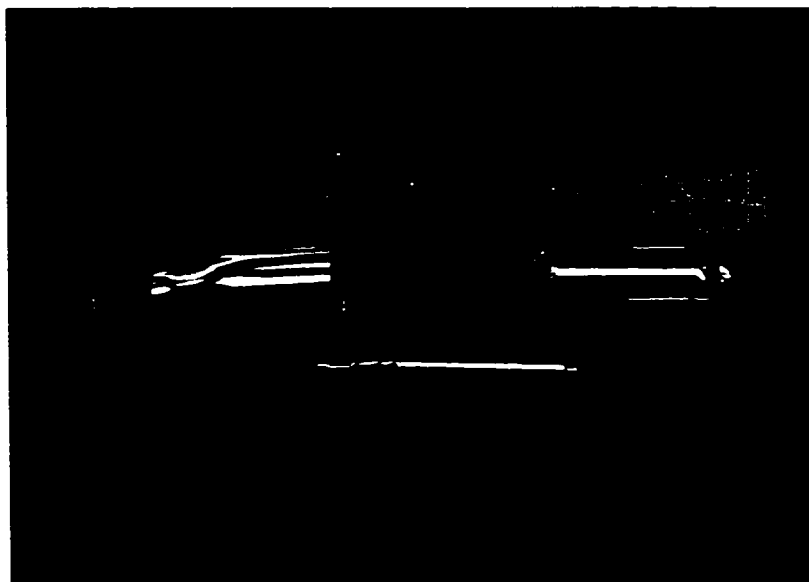


Figure 4.30: Photographie du prototype V usiné, en pièces détachées



Figure 4.31: Photographie du prototype V assemblé

caractéristiques de performance hydraulique de la pompe avec un fluide analogue au sang; et le second volet consiste à quantifier le niveau d'hémolyse généré par la pompe.

4.8.1 Montage expérimental

Le circuit expérimental est illustré à la figure 4.32. On utilise le même circuit pour les tests de performance et d'hémolyse, seul le fluide actif change (analogue ou sang bovin). La hauteur des réservoirs détermine le ΔP (la résistance du circuit), et le débit est déterminé à l'aide du débitmètre magnétique de la console BIOMEDICUS. Notons que pour ce prototype, le moteur de la pompe est externe. C'est-à-dire que le prototype V nécessite un arbre de transmission de puissance du moteur au rotor. Un moteur interne est prévu pour le prototype VI.

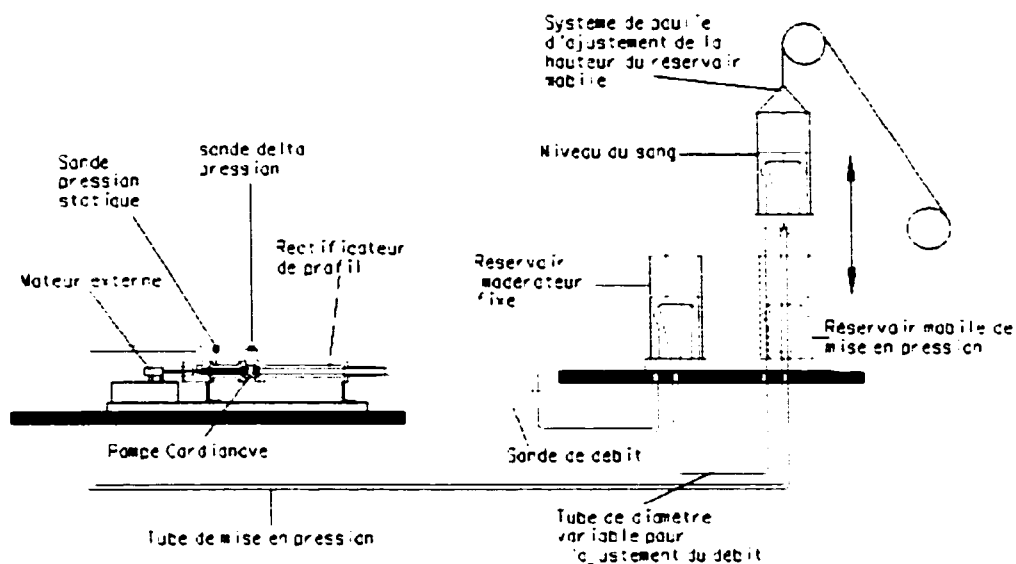
Le circuit contient 3 litres de fluide test, sang bovin ou analogue sanguin. Lorsque la pompe est démarrée, le réservoir mobile et la vitesse de rotation sont ajustés graduellement pour obtenir un point d'opération donné. Lorsque que le système est en équilibre, on consigne chaque mesure expérimentale.

4.8.2 Résultats de caractérisation de performance

On caractérise le fonctionnement du prototype à l'aide du montage expérimental précédent et d'un fluide analogue sanguin consistant en une solution de glycérine et d'eau¹⁶, pour approcher la viscosité sanguine.

On obtient les résultats représentés sous forme graphique de la figure 4.33. Seule la

¹⁶40% de glycérine et 60% d'eau à 25°C



Assemblage pompe cardiaque hémolyse
J.M. Beland Poly G.M. 3 mars 2000

Figure 4.32: Montage expérimental

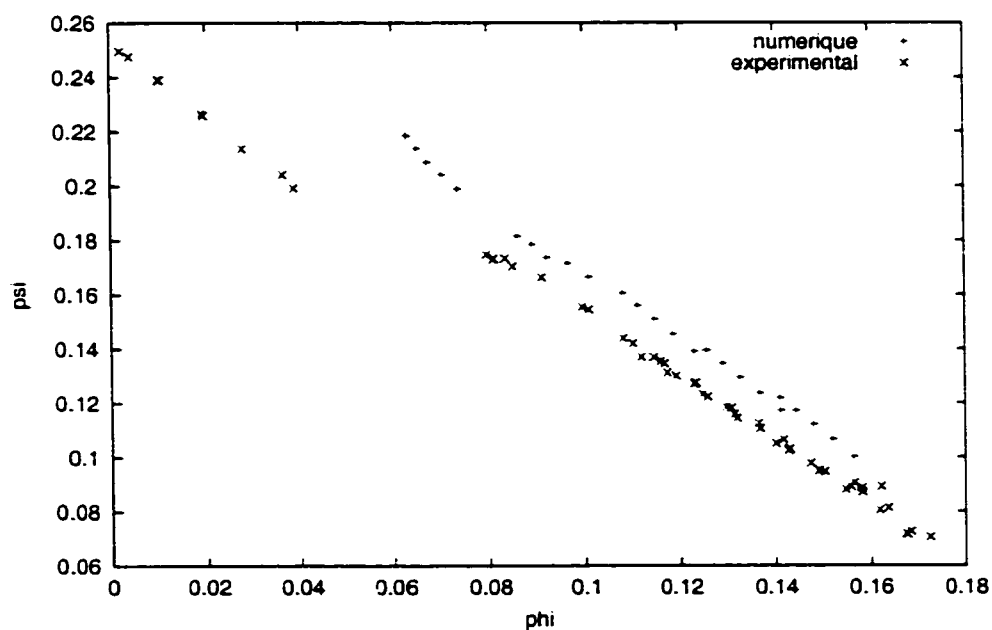


Figure 4.33: Comparaison entre les données expérimentales et numériques du prototype V

courbe de chargement, sous forme adimensionnelle ϕ vs ψ est illustrée; on ne peut mesurer la puissance au moteur nécessaire pour le calcul du rendement du prototype en laboratoire. Cette courbe est satisfaisante puisqu'on observe la même tendance entre les résultats numériques et expérimentaux. De plus, on peut attribuer la légère différence autant aux erreurs de mesures expérimentales (des appareils) qu'à une condition d'entrée de la pompe différant de celles des simulations. On a pu constater visuellement que le diffuseur du rectificateur génère beaucoup de turbulence, effet que l'on a négligé dans le modèle numérique.

4.8.3 Résultats de caractérisation d'hémolyse

On caractérise l'hémolyse générée par le prototype à l'aide du même circuit expérimental, mais cette fois en utilisant du sang bovin à 35°C. Lors d'une expérience d'hémolyse, des échantillons de sang sont prélevés du circuit à toutes les 30 minutes pour un total de 6 échantillons, plus 2 échantillons de référence au temps initial. Ces échantillons sont par la suite envoyés dans un laboratoire extérieur pour en déterminer le taux d'hémoglobine plasmatique. Ce taux est nécessaire au calcul de l'indice d'hémolyse normalisé (NIH), déterminé par la relation suivante¹⁷:

$$NIH = mHb(1 - Ht_m)(\frac{100V_m}{Q}) \quad (4.6)$$

où mHb est la pente de régression linéaire d'hémoglobine plasmatique (g/l/min), Ht_m est l'hématocrite moyenne (L/L), V_m est le volume de sang pondéré dans le circuit (L) et Q est le débit de la pompe (l/min).

Numériquement, on peut évaluer le nombre de volumes de contrôle possédant des

¹⁷Norme ASTM F 1841-97.

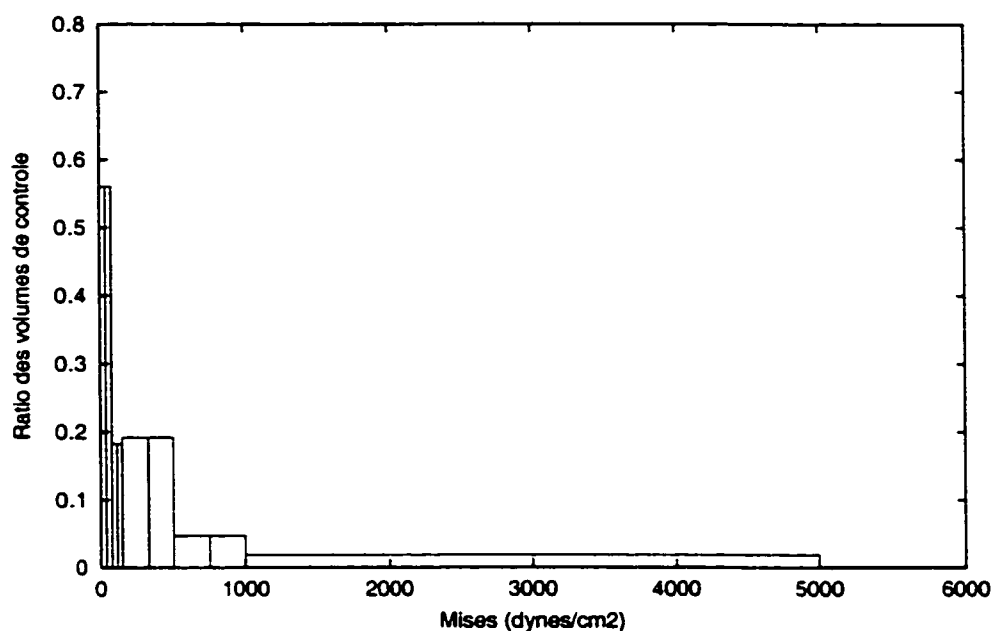


Figure 4.34: Distribution des cisaillements à l'intérieur du prototype V

cisaillements¹⁸ élevés. On représente ces derniers par un histogramme des ratios des volumes de contrôle (figure 4.34). Ainsi 98.06 % des volumes de contrôle sont à l'intérieur des limites de cisaillement (< 1500 dynes/cm²). Par contre, le temps de résidence du sang à l'intérieur des 1.94% de volumes de contrôle restants, peut être problématique. En effet, le temps de résidence joue un rôle crucial dans la destruction des globules rouges: plus la contrainte est élevée et moins le temps de résidence doit être long [128]. Ainsi, un modèle d'hémolyse tenant compte du temps de résidence autant que des contraintes de cisaillement est nécessaire afin d'évaluer numériquement de façon plus adéquate l'index de NIH attendu du prototype. Cet index deviendra alors une variable de réponse supplémentaire pour le plan d'expériences, afin de tenir compte du trauma sanguin lors de la conception des prototypes.

¹⁸ces cisaillements sont évalués selon les équations 3.20 et 3.21

CONCLUSION

Dans cette thèse, une nouvelle méthodologie de design de turbomachines de petite taille a été proposée et mise en application lors de la conception d'un système d'assistance ventriculaire, soit le prototype V de Cardianove Inc.

Une revue des systèmes de support circulatoire mécaniques actuels a permis d'identifier la forme de SAV approprié pour notre application: une pompe à flux continu. Puis, par l'évaluation des paramètres caractéristiques des pompes, N_s et D_s , on a pu déterminer la topologie de pompe mixte comme étant la plus appropriée pour notre point d'opération de 5 l/min contre 100 mmHg (à 11000 rpm).

Les méthodologies de design traditionnelles de turbomachines, basées sur des relations empiriques et des résultats expérimentaux, semblent peu adaptées pour des machines de petites tailles. En effet, les effets visqueux importants que l'on retrouve au sein du micro-écoulement ne sont pas pris en compte dans les modèles quasi-1D disponibles. On a donc proposé une nouvelle approche qui intègre à la fois des simulations numériques 3D et des techniques statistiques. Par la planification statistiques d'expériences (ou DOE), on a pu étudier explicitement les effets de différents paramètres géométriques sur la performance générale du SAV (performance évaluée par des simulations numériques). On a d'ailleurs démontré l'importance des simulations numériques 3D¹⁹ du micro-écoulement par rapport à l'utilisation d'un logiciel d'analyse traditionnelle quasi-1D pour l'obtention des paramètres de performance. Le DOE a permis d'optimiser les résultats obtenus, par la méthode des surfaces de réponse, soit une géométrie optimale. Aucun auteur, à notre connaissance, utilise une analyse de l'écoulement 3D pour optimiser plusieurs paramètres

¹⁹avec les logiciels de CFX-TASCflow

géométriques (facteurs) en fonction de plusieurs objectifs de design (variables de réponse) sur une géométrie 3D. Avant de procéder à l'optimisation des réponses obtenues, il faut s'assurer que celles-ci soient bien au point d'opération nominal, sinon l'analyse statistique risque de donner des résultats inutilisables, comme on l'a démontré.

Ainsi, l'algorithme de Cordier est utilisé, algorithme permettant la mise à l'échelle de la géométrie au point d'opération grâce à une analyse dimensionnelle et aux lois de similitudes qui s'y rattachent. Plusieurs variantes de cet algorithme ont été explorées afin d'en améliorer la convergence. En effet, celui-ci possède un comportement numérique similaire à l'algorithme du point fixe. Deux algorithmes, celui dit "point fixe" et celui dit "intervalle", furent retenus pour la stabilité de leur comportement, en autant que le critère d'arrêt soit choisi judicieusement.

Puis, on a appliqué cette méthodologie lors de la conception du prototype V. Après avoir identifié les paramètres géométriques importants de la pompe, on a défini un plan d'expériences de 51 essais. La réalisation du plan à l'aide de l'algorithme de Cordier, a permis de générer des surfaces de réponses pour trois variables de réponses: le rendement hydraulique η , la vitesse de rotation N et le diamètre D . Puis, grâce à deux logiciels d'optimisation²⁰, on a recherché la configuration de paramètres optimum afin d'obtenir une pompe maximisant à la fois le diamètre et le rendement, et minimisant la vitesse de rotation. La géométrie optimale obtenue a été vérifiée à l'aide de simulations numériques, puis mise à l'échelle afin d'avoir une pompe opérant au rendement maximum au point d'opération nominal. Pour terminer, on a validé cette méthodologie par des essais expérimentaux de performance et d'hémolyse sur ce prototype.

²⁰STATISTICA et iSIGHT

Ainsi, l'importance des phénomènes physiques relatifs à la petitesse de la pompe a permis l'élaboration d'une méthodologie de design intégrant plusieurs outils numériques. L'utilisation d'outils de design appropriés dans le développement d'une pompe d'assistance ventriculaire a été démontré. La méthodologie proposée est flexible et nous permet de tester un nombre suffisant de combinaisons de paramètres géométriques de façon à trouver le meilleur design. Cela nous a aussi permis de progresser plus rapidement vers un design optimal en utilisant l'algorithme de Cordier à l'intérieur d'une procédure bien définie.

L'utilisation du DOE dans notre procédure de design s'est avérée un outil très utile pour la modélisation de bonnes équations de prédiction selon un nombre d'essais restreint. L'usage de fonctions de désirabilité pour l'optimisation simultanée de plusieurs variables de réponse s'est montrée particulièrement efficace. De plus, l'utilisation de cet outil statistique au niveau de la conception préliminaire plutôt qu'au niveau de la vérification du procédé, démontre une nouvelle application de cette technique.

Un second avantage de cette méthodologie de design, autre que l'application à des machines de petite taille, est qu'elle est générique, dans le sens où on peut l'utiliser pour toute turbomachine quelque soit sa taille. En effet, les paramètres géométriques et les objectifs de design changeront en fonction du type de turbomachine, mais le principe de recherche de la géométrie offrant une performance optimale au point d'opération nominal par une mise à l'échelle reste le même.

De plus, la reconception des composantes est facilitée par cette méthode où seul une partie du problème peut être étudiée/optimisée si désiré. En effet, la reconception, à partir d'éléments existants, constitue une grande partie du travail du concepteur, qui tente de résoudre les problèmes associés à une composante de la machine sans

nécessairement reconstruire le tout.

Une contrainte de cette approche découle de l'expertise du concepteur et des ressources dont il dispose. Ainsi un plan d'expériences trop volumineux, des paramètres géométriques mal identifiés (non influents), des objectifs de design mal définis et peu de ressources informatiques rendront cette méthode plutôt difficile à utiliser. Des méthodes traditionnelles seront alors plus appropriées. Par contre, en procédant de façon systématique, en complexifiant graduellement la procédure (par étape, suivi d'une analyse appropriée entre chaque étape), on peut réussir à concevoir une turbomachine ayant un comportement optimal au point d'opération à moindres coûts, par rapport à la fabrication de plusieurs prototypes intermédiaires et à l'analyse sur banc d'essai de ces derniers.

Une autre contrainte de la méthode est reliée au choix du critère d'arrêt de l'algorithme. Il faut tenir compte que le post-traitement des données de simulations, qui consistent en nos valeurs des paramètres de performance²¹, est entâché d'erreurs numériques. D'ailleurs, spécifier un critère d'arrêt trop petit, s'avère à demeurer dans l'erreur numérique, sans apporter d'informations supplémentaires.

Le prototype VI, correspondant au prototype V optimisé de nouveau avec la méthodologie, mais en paramétrisant à la fois le rotor et le stator, fut doté d'un moteur interne²² et subit présentement des tests in-vivo aigus à l'Institut de Cardiologie de Montréal (ICM) sur des porcs en santé. Ces expériences permettent d'observer le comportement de la pompe en circuit avec un organisme vivant. Les résultats sont jusqu'à présent très prometteurs (pour un NIH < 0.01 g/100L à 100 mmHg la pompe demeure atraumatique [48]). Les porcs réagissent bien à l'apport d'énergie

²¹réponses

²²réalisé par le groupe de M. Yves Perriard du Laboratoire d'Électromécanique et de Machines Électriques (LEME) de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Suisse

provenant de la pompe sur leur organisme (pas de thrombus).

Par ailleurs, ces expériences nous ont permis de réaliser un fait essentiel, soit l'importance du point d'opération nominal. En effet, les résultats actuels semblent démontrer que la pompe est sur-dimensionnée puisque le point d'opération serait plutôt de l'ordre de 5 l/min contre 80 mmHg. Il serait donc nécessaire de reconcevoir la pompe pour ce point d'opération.

De plus, tel que mentionné au chapitre 4, il serait aussi nécessaire lors de la conception, d'intégrer aux objectifs de design un paramètre associé à la destruction des globules rouges. À cette étape, en possession d'un design qui a de bonnes caractéristiques de performance hydraulique, il s'agit maintenant de raffiner le design quant à son comportement lié au trauma sanguin: en implantant à la procédure de design un modèle numérique supplémentaire tenant compte de l'effet de la physique du micro-écoulement en présence sur la génération d'hémolyse.

RÉFÉRENCES

- [1] MIHAYLOV, D. (2000). *Development of the PUCA Pump - A Trans-Arterial Ventricular Assist Device*. Thèse de doctorat, Rijksuniversiteit Groningen.
- [2] NOSÉ, Y., YOSHIKAWA, M., MURABAYASHI, S. et TAKANO, T. (2000). Development of rotary blood pump technology: Past, present, and future. *Artificial Organs*, 24(6), 412–420.
- [3] WRIGHT, T. (1999). *Fluid Machinery, Performance, Analysis and Design*. CRC Press.
- [4] DIXON, S. (1978). *Fluid Mechanics, Thermodynamics of turbomachinery*. Pergamon Press, third edition.
- [5] WHITE, F. M. (1986). *Fluid Mechanics, second edition*. McGraw-Hill Book Company.
- [6] GARON, A. (1998). Notes de cours personnelles du cours de mécanique des biofluides.
- [7] STEPANOFF, A. J. (1961). *Pompes centrifuges et pompes hélice*. Dunod.
- [8] BRENNEN, C. E. (1994). *Hydrodynamics of Pumps*. Concept ETI, Inc. and Oxford University Press.
- [9] NOSÉ, Y., KAWAHITO, K. et NAKAZAWA, T. (1996). Can we develop a nonpulsatile permanent rotary blood pump? Yes, we can. *Artificial Organs*, 20(6), 467–474.

- [10] NOSÉ, Y. (2001). Invited editorial: Implantable total artificial heart developed by Abiomed gets FDA approval for clinical trials. *Artificial Organs*, 25(6), 429.
- [11] KAPLON, R. J., OZ, M. C., KWIATKOWSKI, P. A., LEVIN, H. R., SHAH, A. S., JARVIK, R. K. et ROSE, E. A. (1996). Miniature axial flow pump for ventricular assistance in children and small adults. *J Thorac Cardiovasc Surg*, 111, 13-18.
- [12] FRAZIER, O. H. (1998). The heartmate left ventricular assist system. *Texas Heart Institute Journal*, 25, 265-271.
- [13] TRÉPANIÉ, J.-Y. (1999). *Turbomachines - Notes de cours (cours 2.510)*. École Polytechnique Montréal, 3e édition.
- [14] POIRIER, V. L. (1996). Can we develop a permanent pulsatile rotary blood pump? yes, we can. *Artificial Organs*, 20(6), 475-480.
- [15] FRAZIER, O. H. et MYERS, T. J. (1999). Left ventricular assist system as a bridge to myocardial recovery. *Ann. Thorac. Surg.*, 68, 734-741.
- [16] MAHER, T. R., BUTLER, K. C., POIRIER, V. L. et GERNES, D. B. (2001). Heartmate left ventricular assist devices: A multigeneration of implanted blood pump. *Artificial Organs*, 25(5), 422-426.
- [17] SEZAI, Y. (2001). Progress and future perspectives in mechanical circulatory support. *Artificial Organs*, 25(5), 318-322.
- [18] MYERS, T. J., DASSE, K. A., MACRIS, M. P., POIRIER, V. L., CLOY, M. J. et FRAZIER, O. H. (1994). Use of a left ventricular assist device in an outpatient setting. *ASAIO Journal*, 40, M471-M475.

- [19] MILLER, P. J., BILLICH, J., LAFORGE, D. H., LEE, J., NAEGELI, A., RAMASAMY, N., JASSAWALIA, J. S. et PORTNER, P. M. (1994). Initial clinical experience with a wearable controller for the Novacor left ventricular assist system. *ASAIO Journal*, 40, M465–M470.
- [20] YU, Y.-C., BOSTON, J. R., SIMAAN, M. A., MILLER, P. J. et ANTAKI, J. F. (1999). Modeling and simulation of a blood pump for the development of a left ventricular assist system controller. *Kybernetika*, 35(5), 651–664.
- [21] MUSSIVAND, T., HENDRY, P. J., MASTER, R. G., KING, M., HOLMES, K. S. et KEON, W. J. (1999). Progress with the HeartSaver ventricular assist device. *Ann. Thorac. Surg.*, 68, 785–789.
- [22] GOBEL, C., ARVAND, A., EILERS, R., MARSEILLE, O., BALS, C., MEYNS, B., FLAMENG, W., RAU, G. et REUL, H. (2001). Development of the MEDOSHIA DeltaStream extracorporeal rotary blood pump. *Artificial Organs*, 25(5), 358–365.
- [23] TRUMBLE, D. R. et MAGOVERN, J. A. (1999). Muscle powered blood pump: Design and initial test results. *ASAIO Journal*, 45, 178–182.
- [24] NOSÉ, Y. (1995). Editorial: Can we develop a totally implantable rotary blood pump? *Artificial Organs*, 19(7), 561–562.
- [25] NISHIDA, H. et KOYANAGI, H. (1997). Guest editorial: Rotary blood pump: Paracorporeal, implantable, percutaneous? *Artificial Organs*, 21(7), 589–591.
- [26] ANDRADE, A., BISCEGLI, J., DINKHUYSEN, J., SOUSA, J. E., OHASHI, Y., HEMMINGS, S., GLUECK, J., KAWAHITO, K. et NOSÉ, Y. (1996). Characteristics of a blood pump combining the centrifugal and axial pumping principles: The Spiral pump. *Artificial Organs*, 20(6), 605–612.

- [27] ARAKI, K., ANAI, H., OSHIKAWA, M., NAKAMURA, K. et ONITSUKA, T. (1998). In vitro performance of a centrifugal, a mixed flow, and an axial flow blood pump. *Artificial Organs*, 22(5), 366–370.
- [28] MEYNS, B., SEISS, T., NISHIMURA, Y., RACZ, R., REUL, H., RAU, G., LEUNENS, V. et FLAMENG, W. (1998). Miniaturized implantable rotary blood pump in atrial-aortic position supports and unloads the failing heart. *Cardiovascular Surgery*, 6(3), 288–295.
- [29] TAKAMI, Y., NAKAZAWA, T., MAKINOUCHI, K., GLUECK, J., BENKOWSKI, R. et NOSÉ, Y. (1997). Mapping of pump efficiency on the pressure-flow curve of a centrifugal blood pump. *Artificial Organs*, 21(8), 953–957.
- [30] MILLER, G. E. et FINK, R. (1999). Analysis of optimal design configurations for a multiple disk centrifugal blood pump. *Artificial Organs*, 23(6), 559–565.
- [31] SIEB, T., REUL, H. et RAU, G. (1995). Concept, realization, and first in vitro testing of an intraarterial microaxial blood pump. *Artificial Organs*, 19(7), 644–652.
- [32] WALDENBERGER, F. R., WOUTERS, P., DERUYTER, E. et FLAMENG, W. (1995). Mechanical unloading with a miniaturized axial flow pump (Hemopump): An experimental study. *Artificial Organs*, 19(7), 742–746.
- [33] MIYAZOE, Y., SAWAIRI, T., ITO, K., KONISHI, Y., YAMANE, T., NISHIDA, M., MASUAZAWA, T., TAKIURA, K. et TAENAKA, Y. (1998). Computational fluid dynamic analysis to establish design process of centrifugal blood pump. *Artificial Organs*, 22(5), 381–385.
- [34] TAKIURA, K., MASUZAWA, T., ENDO, S., WAKISAKA, Y., TATSUMI, E., TAENAKA, Y., TAKANO, H., YAMANE, T., NISHIDA, M., ASZTA-

- LOS, B., KONISHI, Y., MIYAZOE, Y. et ITO, K. (1998). Development of design methods of a centrifugal blood pump with in vivo tests, flow visualization, and computational fluid dynamics: Results in hemolysis tests. *Artificial Organs*, 22(5), 393–398.
- [35] MASUZAWA, T., TSUKIYA, T., ENDO, S., TATSUMI, E., TAENAKA, Y., TAKANO, H., YAMANE, T., NISHIDA, M., ASZTALOS, B., MIYAZOE, Y., ITO, K., SAWAIRI, T. et KONISHI, Y. (1999). Development of design methods for a centrifugal blood pump with a fluid dynamic approach: Results in hemolysis tests. *Artificial Organs*, 23(8), 757–761.
- [36] MIYAZOE, Y., SAWAIRI, T., ITO, K., KONISHI, Y., YAMANE, T., NISHIDA, M., ASZTALOS, B., MASUZAWA, T., TSUKIYA, T., ENDO, S. et TAENAKA, Y. (1999). Computational fluid dynamics analysis to establish the design process of a centrifugal blood pump: Second report. *Artificial Organs*, 23(8), 762–768.
- [37] NISHIDA, M., ASZTALOS, B., YAMANE, T., MASUZAWA, T., TSUKIYA, T., ENDO, S., TAENAKA, Y., MIYAZOE, Y., ITO, K. et KONISHI, Y. (1999). Flow visualization study to improve hemocompatibility of a centrifugal blood pump. *Artificial Organs*, 23(8), 697–703.
- [38] TSUKAMOTO, Y., ITO, K., SAWAIRI, T., KONISHI, Y., YAMANE, T., NISHIDA, M., MASUZAWA, T., TSUKIYA, T., ENDO, S. et TAENAKA, Y. (2000). Computational fluid dynamics analysis of a centrifugal blood pump. *Artificial Organs*, 24(8), 648–652.
- [39] KONISHI, H., ANTAKI, J. F., LITWAK, P., KAMENEVA, M., YAMAZAKI, K., MACHA, M., KERRIGAN, J. P., MANDARINO, W. A., BUTLER, K. C., BOROVETZ, H. S. et KORMOS, R. L. (1996). Long-term

animal survival with an implantable axial flow pump as a left ventricular assist device. *Artificial Organs*, 20(2), 124–127.

- [40] BURKE, D. J., BURKE, E., PARSAIE, F., POIRIER, V., BUTLER, K., THOMAS, D., TAYLOR, L. et MAHER, T. (2001). The HeartMate II: Design and development of a fully sealed axial flow left ventricular assist system. *Artificial Organs*, 25(5), 380–385.
- [41] POWER, S. (2001). *Company Report - MicroMedical Industries Ltd (MMD)*. Technical report, ABN-AMRO Morgans.
- [42] MACRIS, M. P., MYERS, T. J., JARVIK, R., ROBINSON, J. L., FUQUA, J. M., PARNIS, S. M. et FRAZIER, O. H. (1994). In vivo evaluation of an intraventricular electric axial flow pump for left ventricular assistance. *ASAIO Journal*, 40, M719–M722.
- [43] PARNIS, S. M., MACRIS, M. P., JARVIK, R., ROBINSON, J. L., KOLFF, J. W., ANAI, H., FUQUA, J. M., CONGER, J. L., CLOY, M. J., MYERS, T. J. et FRAZIER, O. H. (1995). Five month survival in a calf supported with an intraventricular axial flow blood pump. *ASAIO Journal*, 41, M333–M336.
- [44] DEROSE, J. J., UMANA, J. P., MADIGAN, J. D., KLINGER, J. F., JARVIK, R. K., SUN, B. C., ROSE, E. A. et OZ, M. C. (1997). Mechanical unloading with a miniature in-line axial flow pump as an alternative to cardiopulmonary bypass. *ASAIO Journal*, 43, M42–M426.
- [45] PARNIS, S. M., CONGER, J. L., FUQUA, J. M., JARVIK, R. K., INMAN, R. W., TAMEZ, D., MACRIS, M. P., MOORE, S., JACOBS, G., SWEENEY, M. J. et FRAZIER, O. H. (1997). Progress in the development of a transcatheter powered axial flow blood pump ventricular assist system. *ASAIO Journal*, 43, M576–M580.

- [46] MIZUGUCHI, K., DAMM, G. A., ABER, G. S., BOZEMAN, R. J., AAAND P. A. SVEJKOVSKY, J. W. B., ORIME, Y., OHARA, Y., NAITO, K., TASAI, K., MAKINOUCI, K., TAKATANI, S., NOSÉ, Y., NOON, G. P. et DEBAKEY, M. E. (1994). Does hematocrit affect in vitro hemolysis test results? preliminary study with Baylor/NASA prototype axial flow pump. *Artificial Organs*, 18(9), 650–656.
- [47] WERNICKE, J.-T., MEIER, D., MIZUGUCHI, K., DAMM, G., ABER, G., BENKOWSKI, R., NOSÉ, Y., NOON, G. P. et DEBAKEY, M. E. (1995). A fluid dynamic analysis using flow visualization of the BaylorNASA implantable axial flow blood pump for design improvement. *Artificial Organs*, 19(2), 161–177.
- [48] NOSÉ, Y. (1998). Design and development strategy for the rotary blood pump. *Artificial Organs*, 22(6), 438–446.
- [49] WIESELTHALER, G. M., SCHIMA, H., HIESMAYR, M., PACHER, R., LAUFER, G., NOON, G. P., DEBAKEY, M. et WOLNER, E. (2000). First clinical experience with the DeBakey VAD continuous-axial-flow pump for bridge to transplantation. *Circulation*, 101, 356–359.
- [50] APEL, J., PAUL, R., KLAUS, S., SIESS, T. et REUL, H. (2001). Assessment of hemolysis related quantities in a microaxial blood pump by computational fluid dynamics. *Artificial Organs*, 25(5), 341–347.
- [51] SIESS, T., NIX, C. et MENZLER, F. (2001). From a lab type to a product: A retrospective view on Impella's assist technology. *Artificial Organs*, 25(5), 414–421.
- [52] MITAMURA, Y., NAKAMURA, H., OKAMOTO, E., YOZU, R., KAWADA, S. et KIM, D.-W. (1999). Development of the Valvo pump:

An axial flow pump implanted at the heart valve position. *Artificial Organs*, 23(6), 566–571.

- [53] SAKUMA, I., FUKUI, Y., OHARA, Y., MAKINOUCI, K., TAKATANI, S. et NOSE, Y. (1993). Flow visualization evaluation of secondary flow in a centrifugal blood pump. *ASAIO Journal*, 39, M433–M437.
- [54] TAMAYA, E., OHASHI, Y., NIIMI, Y., TAKAMI, Y., OHTSUKA, G., NAKATA, K.-C., BENKOWSKI, R., GLUECK, J. A. et NOSE, Y. (1998). The safety system for the rotary blood pump, combination of the valve and LVAD pulsatile mode: In vitro test. *Artificial Organs*, 22(4), 342–345.
- [55] TAKANO, T., NAKATA, K.-C., YOSHIKAWA, M., MAEDA, T., GLUECK, J., FUJISAWA, A., MAKINOUCI, K., YOKOKAWA, M., MURABAYASHI, S. et NOSE, Y. (2000). Development of an antithrombogenic and antitraumatic blood pump: The Gyro C1E3. *ASAIO Journal*, 46, 123–127.
- [56] YAMAZAKI, K., UMEZU, M., KOYANAGI, H., OUTA, E., OGINO, S., OTAKE, Y., SHIOZAKI, H., FUJIMOTO, T., TAGUSARI, O., KITAMURA, M., HACHIDA, M., NISHIDA, H., NOJIRI, C., KAWAI, A., NIINAMI, H., SAKATA, K., NAKAJIMA, K., HASHIMOTO, A., ENDO, M., IIYAMA, H., MORI, T. et TUCHIYA, K. (1993). Development of a miniature intraventricular axial flow blood pump. *ASAIO Journal*, 39, M224–M230.
- [57] YAMAZAKI, K., KORMOS, R., MORI, T., UMEZU, M., KAMENEVA, M., ANTAKI, J., OUTA, E., LITWAK, P., KERRIGAN, J., TOMCZAK, J., TATKA, J., KONISHI, H., MACHA, M., KAWAI, A., BOROVETZ, H., GRIFFITH, B. et KOYANAGI, H. (1995). An intraventricular axial flow

- blood pump integrated with a bearing purge system. *ASAIO Journal*, 41, M327-M332.
- [58] YAMAZAKI, K., KORMOS, R. L., LITWAK, P., TAGUSARI, O., MORI, T., ANTAKI, J. F., KAMENEVA, M., WATACH, M., GORDON, L., MUKUO, H., UMEZU, M., TOMOIKKA, J., OUTA, E., GRIFFITH, B. P. et KOYANAGI, H. (1997). Long term experiments with an intraventricular axial flow blood pump. *ASAIO Journal*, 43, M696-M700.
- [59] YAMAZAKI, K., LITWAK, P., TAGUSARI, O., MORI, T., KONO, K., KAMENEVA, M., WATACH, M., GORDON, L., MIYAGISHIMA, M., TOMIOKA, J., UMEZU, M., OUTA, E., ANTAKI, J. F., KORMOS, R. L., KOYANAGI, H. et GRIFFITH, B. P. (1997). An implantable centrifugal blood pump with a recirculating purge system (cool-seal system). *Artificial Organs*, 22(6), 466-474.
- [60] ROSARIUS, N., SIEB, T., REUL, H. et RAU, G. (1994). Concept, realisation, and first in vitro testing of an intraarterial microaxial blood pump with an integrated drive unit. *Artificial Organs*, 18(7), 512-516.
- [61] SIEB, T., REUL, H. et RAU, G. (1995). Hydraulic refinement on an intraarterial microaxial blood pump. *International Journal of Artificial Organs*, 18(5), 273-285.
- [62] ANTAKI, J. F., GHATTAS, O., BURGEEEN, G. W. et HE, B. (1995). Computational flow optimization of rotary blood pump components. *Artificial Organs*, 19(7), 608-615.
- [63] BURGEEEN, G. W., ANTAKI, J. F., WU, Z. J. et HOLMES, A. J. (2001). Computational fluid dynamics as a development tool for rotary blood pumps. *Artificial Organs*, 25(5), 336-340.

- [64] CHUA, L. P., YU, S. C. M., LEO, H. L. et CHAN, W. K. (1999). Comparison of flow characteristics of enlarged blood pump models with different impeller design. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 26(3), 369–378.
- [65] CHUA, L. P. et AKAMATSU, T. (2000). Measurements of gap pressure and wall shear stress of a blood pump model. *Medical Engineering and Physics*, 22, 175–188.
- [66] LOREE II, H. M., BOURQUE, K., GERNES, D. B., RICHARDSON, J. S., POIRIER, V. L., BARLETTA, N., FLEISCHLI, A., FOIERA, G., GEMPP, T. M., SCHOEB, R., LITWAK, K. N., AKIMOTO, T., KAMENEVA, M., WATACH, M. J. et LITWAK, P. (2001). The HeartMate III: Design and in vivo studies of a maglev centrifugal left ventricular assist device. *Artificial Organs*, 25(5), 386–391.
- [67] HART, R. M., FILIPENCO, V. G. et KUNG, R. T. V. (1996). A magnetically suspended and hydrostatically stabilized centrifugal blood pump. *Artificial Organs*, 20(6), 591–596.
- [68] TAKAMI, Y., NAKAZAWA, T., MAKINOCHI, K., GLUECK, J., BENKOWSKI, R. et NOSÉ, Y. (1997). Mapping of pump efficiency on the pressure-flow curve of a centrifugal blood pump. *Artificial Organs*, 21(8), 953–957.
- [69] CHUA, L. P., AKAMATSU, T. et CHAN, W. K. (1998). Preliminary measurements of an enlarged blood pump model. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 25(8), 1055–1064.
- [70] LAKSHMINARAYANA, B. (1991). An assessment of computational fluid dynamic techniques in the analysis and design of turbomachinery - the 1990

- freeman scholar lecture. *T. ASME Journal of Fluids Engineering*, 113, 315–352.
- [71] LABORDE, R., CHANTREL, P. et MORY, M. (1997). Tip clearance and tip vortex cavitation in an axial flow pump. *T. ASME Journal of Fluids Engineering*, 119, 680–685.
- [72] COMOLET, R. (1984). *Biomécanique circulatoire*. Masson.
- [73] J. TREICHLER, ROSENOW, S. E., DAMM, G., NAITO, K., OHARA, Y., MIZUGUCHI, K., MAKINOUCHI, K., TAKATANI, S. et NOSÉ, Y. (1993). A fluid dynamic analysis of a rotary blood pump for design improvement. *Artificial Organs*, 17(9), 797–808.
- [74] DENTON, J. D. et XU, L. (1999). The exploitation of three-dimensional flow in turbomachinery design. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 213-Part C, 125–137.
- [75] CAMP, T. R. et HORLOCK, J. H. (1994). An analytical model of axial compressor off-design performance. *Journal of Turbomachinery*, 116, 425–434.
- [76] ZIERKE, W. C. et STRAKA, W. A. (1996). Flow visualization and the three-dimensional flow in an axial-flow pump. *Journal of Propulsion and Power*, 12(2), 250–259.
- [77] VALENTI, M. (1996). CFD software improves pump design. *Mechanical Engineering*, pages 82–86.
- [78] DE HENAU, V., SABOURIN, M., LABRECQUE, Y. et PAPILLON, B. (1998). Hydraulic turbine design: Will computer simulations replace model testing? *Hydro Review*, pages 54–59.

- [79] VAN DEN BRAEMBUSSCHE, R. A., PIERRET, S. et DEMEULENAERE, A. (1999). Modern turbomachinery blade design-systems based on CFD. *European Journal Mech. & Env. Eng.*, 14(3), 131–140.
- [80] RICK, W., BENZ, E. et GODICHON, A. (2000). 3-D CFD prediction playing a key role in the aerodynamic design of high-performance fans. *Asea Brown Boveri Review*, (2), 77–84.
- [81] GALLIMORE, S. J. (1999). Axial flow compressor design. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 213-Part C, 437–449.
- [82] DENTON, J. D. et DAWES, W. N. (1999). Computational fluid dynamics for turbomachinery. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 213-Part C, 107–124.
- [83] NISHIDA, M., YAMANE, T. et ASZTALOS, B. (1998). Washout hole flow measurement for the development of a centrifugal blood pump. *Artificial Organs*, 22(5), 386–392.
- [84] ROSE, M. L. J., MACKAY, T. G. et WHEATLEY, D. J. (2000). Evaluation of four blood pump geometries: the optical tracer technique. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 214, 371–383.
- [85] NAKATA, M., MASUZAWA, T., TATSUMI, E., TAENAKA, Y., NISHIMURA, T., TSUKIYA, T., TAKANO, H., TSUCHIMOTO, K. et OHBA, K. (1998). Characterization and optimization of the flow pattern inside a diaphragm blood pump based on flow visualization techniques. *ASAIO Journal*, 44, M714–M718.
- [86] ROSE, M. L. J., MACKAY, T. G. et WHEATLEY, D. J. (2000). Evaluation of four blood pump geometries: fluorescent particle flow visualization technique. *Medical Engineering and Physics*, 22, 201–214.

- [87] NISHIDA, M., YAMANE, T., ORITA, T., ASZTALOS, B. et CLARKE, H. (1997). Quantitative visualization of flow through a centrifugal blood pump: Effect of washout holes. *Artificial Organs*, 21(7), 720–729.
- [88] ASZTALOS, B., YAMANE, T. et NISHIDA, M. (1999). Flow visualization analysis for evaluation of shear and recirculation in a new closed-type, monopivot centrifugal blood pump. *Artificial Organs*, 23(10), 939–946.
- [89] YAMANE, T., CLARKE, H., ASZTALOS, B., NISHIDA, M. et KOBAYASHI, T. (1999). Flow visualization measurement for shear velocity distribution in the impeller-casing gap of a centrifugal blood pump. *JSME International Journal*, 42(3), 621–627.
- [90] PINOTTI, M. et PAONE, N. (1996). Estimating mechanical blood trauma in a centrifugal blood pump: Laser doppler anemometer measurements of the mean velocity field. *Artificial Organs*, 20(6), 546–552.
- [91] MONTEVECCHI, F. M., INZOLI, F., REDAELLI, A. et MAMMANA, M. (1995). Preliminary design and optimization of an ecc blood pump by means of a parametric approach. *Artificial Organs*, 19(7), 685–690.
- [92] BERTRAM, C. D., QIAN, Y. et REIZES, J. A. (2001). Computational fluid dynamics performance prediction for the hydrodynamic bearings of the ventrassist rotary blood pump. *Artificial Organs*, 25(5), 348–357.
- [93] SUKUMAR, R., ATHAVALE, M. M., MAKHIJANI, V. B. et PRZEKWAS, A. J. (1996). Application of computational fluid dynamics techniques to blood pumps. *Artificial Organs*, 20(6), 529–533.
- [94] LIU, G.-L. (1995). Optimization of axial-flow pump cascade solidity subject to cavitation and separation-free constraints. *Int. Journal of Turbo and Jet Engines*, 12, 231–236.

- [95] ZHOU, D., ZHOU, J. et SONG, J. (1996). Optimization design of an axial-flow fan used for mining local-ventilation. *Computers ind. Engng.*, 31(3/4), 691–696.
- [96] KOLLER, U., MONIG, R., KUSTERS, B. et SCHREIBER, H.-A. (2000). Development of advanced compressor airfoils for heavy-duty gas turbines - Part I: Design and optimization. *ASME - Journal of Turbomachinery*, 122, 397–405.
- [97] SORENSEN, D. N., THOMPSON, M. C. et SORENSEN, J. N. (2000). Toward improved rotor-only axial fans - Part II: Design optimization for maximum efficiency. *T. ASME - Journal of Fluids Engineering*, 122, 324–329.
- [98] RAI, M. M. et MADAVAN, N. K. (2001). Application of artificial neural networks to the design of turbomachinery airfoils. *Journal of Propulsion and Power*, 17(1), 176–183.
- [99] PIERRET, S. et VAN DEN BRAEMBUSSCHE, R. A. (1999). Turbomachinery blade design using a Navier-Stokes solver and artificial neural network. *ASME - Journal of Turbomachinery*, 121, 326–332.
- [100] BACK, T. et NAUJOKS, B. (2000). Applications of evolution strategies. Dans PÉRIAUX, J., DEGREZ, G. et DECONINCK, H., editors, *Genetic algorithms for optimisation in aeronautics and turbomachinery*, Lecture Series 2000-07. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2000.
- [101] GIANNAKOGLU, K. C. et GIOTIS, A. P. (2000). Acceleration of genetic algorithms using artificial neural networks - application of the method. Dans PÉRIAUX, J., DEGREZ, G. et DECONINCK, H., editors, *Genetic algo-*

rithms for optimisation in aeronautics and turbomachinery, Lecture Series 2000-07. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2000.

- [102] KNIGHT, D. (2000). Application of genetic algorithms to high speed air intake design. Dans PÉRIAUX, J., DEGREZ, G. et DECONINCK, H., editors, *Genetic algorithms for optimisation in aeronautics and turbomachinery*, Lecture Series 2000-07. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2000.
- [103] OBAYASHI, S. (2000). Airfoil shape parametrization for evolutionary computation. Dans PÉRIAUX, J., DEGREZ, G. et DECONINCK, H., editors, *Genetic algorithms for optimisation in aeronautics and turbomachinery*, Lecture Series 2000-07. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2000.
- [104] PEDIRODA, V., POIAN, M. et POLONI, C. (2000). Multi objective optimisation examples: design of a laminar airfoil and of a composite rectangular wing. Dans PÉRIAUX, J., DEGREZ, G. et DECONINCK, H., editors, *Genetic algorithms for optimisation in aeronautics and turbomachinery*, Lecture Series 2000-07. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2000.
- [105] PERIAUX, J. et SEFRIQUI, M. (2000). Genetic algorithms, game theory and hierarchical models: application to cfd and cem problems. Dans PÉRIAUX, J., DEGREZ, G. et DECONINCK, H., editors, *Genetic algorithms for optimisation in aeronautics and turbomachinery*, Lecture Series 2000-07. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2000.
- [106] POLONI, C. et PEDIRODA, V. (2000). Multi-criteria optimisation, constraint handling with GAs. Dans PÉRIAUX, J., DEGREZ, G. et DECONINCK, H., editors, *Genetic algorithms for optimisation in aeronautics and turbomachinery*, Lecture Series 2000-07. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2000.

- [107] QUAGLIARELLA, D. et VICINI, A. (2000). GAs for aerodynamic shape design I: general issues, shape parametrization problems and hybridization techniques. Dans PÉRIAUX, J., DEGREZ, G. et DECONINCK, H., editors, *Genetic algorithms for optimisation in aeronautics and turbomachinery*, Lecture Series 2000-07. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2000.
- [108] QUAGLIARELLA, D. et VICINI, A. (2000). GAs for aerodynamic shape design II: multiobjective optimization and multi-criteria design. Dans PÉRIAUX, J., DEGREZ, G. et DECONINCK, H., editors, *Genetic algorithms for optimisation in aeronautics and turbomachinery*, Lecture Series 2000-07. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2000.
- [109] CLÉMENT, B. (1999). Design and analysis of experiments.
- [110] StatSoft Inc. (1995). *STATISTICA Documentation, STATISTICA for Windows (Volume IV): Industrial Statistics*.
- [111] BACKHOUSE, P. G., FOTHERINGHAM, A. F. et ALLAN, G. (1997). A comparison of a genetic algorithm with an experimental design technique in the optimization of a production process. *Journal of the Operational Research Society*, 40, 247–254.
- [112] TAY, K. M. et BUTLER, C. (1999). Methodologies for experimental design: a survey, comparison, and future predictions. *Quality Engineering*, 11(3), 343–356.
- [113] GOH, T. N. (2001). A pragmatic approach to experimental design in industry. *Journal of Applied Statistics*, 28(3/4), 391–398.
- [114] ANTONY, J. (2000). Improving the manufacturing process quality and capability using experimental design: a case study. *Int. J. Prod. Res.*, 38(12), 2607–2618.

- [115] SAHNI, N. S., ISAKSSON, T. et NAES, T. (2001). The use of experimental design methodology and multivariate analysis to determine critical control points in a process. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 56, 105–121.
- [116] ANTONY, J. et CAPON, N. (1998). Teaching experimental design techniques to industrial engineers. *Int. J. Engng. Ed.*, 14(5), 335–343.
- [117] LOFTI, A. et HOWARTH, M. (1997). Experimental design with fuzzy levels. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 8, 525–532.
- [118] GRIZE, Y. L. et SEEWALD, W. (1998). Process optimization and process robustness using experimental design: stavex. Dans *AIChE Symposium Series*, volume 94, pages 464–468, 1998.
- [119] ROSLUND, J. (1998). How to perform a designed experiment (doe). *Experimental Technique*, 22(12), 31–34.
- [120] AMOUKHTEH, P. et LIU, S. T. (1996). DOE is key to optimizing process quality. *Surface Mount Technology - Libertyville*, 10(2), 110–112.
- [121] LUNDSTEDT, T., SEIFERT, E., ABRAMO, L., THELIN, B., NYSTROM, A., PETTERSEN, J. et BERGMAN, R. (1998). Experimental design and optimization. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 42, 3–40.
- [122] ARAUJO, P. W. et BRERETON, R. G. (1996). Experimental design: II. Optimization. *Trends in analytical chemistry*, 15(2), 63–70.
- [123] ARAUJO, P. W. et BRERETON, R. G. (1996). Experimental design: III. Quantification. *Trends in analytical chemistry*, 15(3), 156–163.
- [124] FARINAS, M. I., THIENOT, S., GARON, A. et CLÉMENT, B. (2000). Optimization of hydraulic seal design in a VAD as an enclosed-impeller axialflow

blood pump. Dans *CFD2K - 8th Annual Conference of the CFD Society of Canada, Montréal June 11-13*, volume 2, pages 681–688, 2000.

- [125] DERRINGER, E. et SUICH, R. (1980). Simultaneous optimization of several response variables. *Journal of Quality Technology*, 12, 214–219.
- [126] BALJE, O. E. (1981). *Turbomachines. A guide to design, selection and theory*. John Wiley and Sons.
- [127] FORTIN, A. (1995). *Analyse numérique pour ingénieurs*. Éditions de l'École Polytechnique de Montréal.
- [128] GARON, A., FOURGEAU, P., KEMPENAARS, M. et MONGRAIN, R. (accepté 2001). Numerical Prediction of Hemolysis Rate: Past and Recent Approaches. *Artificial Organs*.

ANNEXE I

NOTIONS DE STATISTIQUES

Quelques notions de base de statistiques sont nécessaires à la bonne compréhension de la méthode de planification d'expériences. Ces notions sont tirées de Clément [109].

I.1 Indicateurs de tendance centrale et indicateurs de dispersion

Prenons un échantillon de n variables de réponses y données : $y_1 \leq y_2 \dots \leq y_n$. Les indicateurs de tendance centrale seront:

$$\text{moyenne échantillonnale: } \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j \quad (\text{I.1})$$

$$\text{médiane échantillonnale: } \tilde{y} = \begin{cases} y_l & \text{si } n=2l+1 \text{ (impair)} \\ \frac{y_l + y_{l+1}}{2} & \text{si } n=2l \text{ (pair)} \end{cases}$$

Les indicateurs de dispersion seront:

$$\text{écart-type échantillonal: } s = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I.2})$$

$$\text{étendue: } R = y_n - y_1 \quad (\text{I.3})$$

$$\text{variance: } s^2 = s^2 \quad (\text{I.4})$$

On dénomme ainsi μ (ou \bar{y}) comme la moyenne de la population et σ (ou s) comme

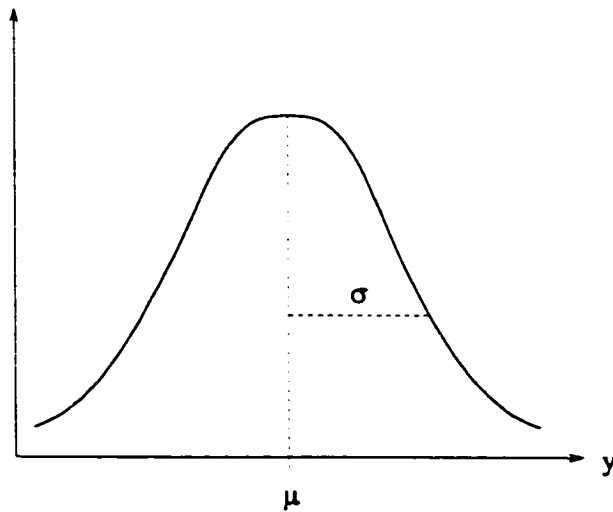


Figure I.1: Distribution pour représenter une population

l'écart-type de la population, ils sont illustrés à la figure I.1.

Si on a plusieurs échantillons, dits groupes, dont on peut évaluer leur variation par:

$$\text{moyenne: } \bar{y} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \bar{y}_j = \frac{1}{nk} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (\text{I.5})$$

$$\text{écart-type: } \bar{s} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k s_j \quad (\text{I.6})$$

Il y a 3 méthodes possibles pour estimer σ :

$$\hat{\sigma}_{tot} = \left[\frac{1}{nk-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I.7})$$

$$\hat{\sigma}_{intra} = \bar{s} \quad (\text{I.8})$$

$$\hat{\sigma}_{inter} = \sqrt{n \left[\frac{\sum_{i=1}^k (\bar{y}_i - \bar{y})^2}{k-1} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{I.9})$$

Toutes les informations tirées des analyses des plans d'expériences proviennent de la base statistique présentée dans cette annexe, au travers de manipulations mathématiques plus complexes.

ANNEXE II

APPLICATION DU THÉORÈME DE BUCKINGHAM

Ainsi pour les paramètres de performance des turbomachines, on aura la liste des quantités en jeu suivantes [3]:

gH	hauteur de charge, m^2/s^2	(L^2/T^2)
Q	débit, m^3/s	(L^3/T)
W	puissance, watt = $kg.m^2/s^3$	$(M.L^2/T^3)$
N	vitesse de rotation, s^{-1}	(T^{-1})
D	diamètre, m	(L)
ρ	densité du fluide, kg/m^3	(M/L^3)
μ	viscosité du fluide, $kg/m.s$	$(M/L.T)$
d/D	ratio des diamètres adimensionnel	

On inclu d/D afin de rappeler que la similitude géométrique est imposée pour éliminer les considérations de forme et de proportion. Ces quantités sont mesurées à l'aide de 3 unités fondamentales: masse (M), longueur (L) et temps (T). La relation entre ces paramètres peut s'exprimer par une équation fonctionnelle générale:

$$f(gH, Q, W, N, D, \rho, \mu) = 0 \quad (II.1)$$

À l'aide du théorème de Π -Buckingham, on peut réduire les sept variables présentées à 4 groupes adimensionnels.

$$f(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4) = 0 \quad (II.2)$$

En choisissant ρ , N et D comme variables primaires, on peut générer les produits- Π suivants (Π représente un produit sans dimension):

$$\Pi_1 = \rho^a N^b D^c Q \quad (\text{II.3})$$

$$\Pi_2 = \rho^a N^b D^c \mu \quad (\text{II.4})$$

$$\Pi_3 = \rho^a N^b D^c g H \quad (\text{II.5})$$

$$\Pi_4 = \rho^a N^b D^c W \quad (\text{II.6})$$

Pour Π_1 , on résoud de la façon suivante:

$$M^0 L^0 T^0 = M^a L^{-3a} T^{-b} L^c L^3 T^{-1} \quad (\text{équation unitaire}) \quad (\text{II.7})$$

$$\text{Masse:} \quad 0 = a \quad (\text{II.8})$$

$$\text{Temps:} \quad 0 = -b - 1; b = -1 \quad (\text{II.9})$$

$$\text{Longueur:} \quad 0 = -3a + c + 3; c = -3 \quad (\text{II.10})$$

ainsi:

$$\Pi_1 = N^{-1} D^{-3} Q = \frac{Q}{ND^3} \quad (\text{II.11})$$

Ce qui correspond au coefficient de l'écoulement ou de débit:

$$\phi = \frac{Q}{ND^3} \quad (\text{II.12})$$

De la même façon pour les 3 autres produits- Π on aura:

- du produit Π_2 , le nombre de Reynolds:

$$\Pi_2 = \rho^{-1} N^{-1} D^{-2} \mu = \frac{\mu}{ND^2 \rho} \quad (\text{II.13})$$

$$\text{ou} \quad Re = \frac{ND^2\rho}{\mu} = \frac{ND^2\rho}{\nu} \quad (\text{II.14})$$

- du produit Π_3 , le coefficient de chargement, ψ :

$$\Pi_3 = N^{-2}D^{-2}gH = \frac{gH}{N^2D^2} \quad (\text{II.15})$$

$$\text{alors,} \quad \psi = \frac{gH}{N^2D^2} = \frac{\Delta P}{\rho N^2D^2} \quad (\text{II.16})$$

- du produit Π_4 , le coefficient de puissance, ξ :

$$\Pi_4 = \rho^{-1}N^{-3}D^{-5}W = \frac{W}{\rho N^3D^5} \quad (\text{II.17})$$

$$\text{alors,} \quad \xi = \frac{W}{\rho N^3D^5} \quad (\text{II.18})$$